

Walter Felscher

Berechenbarkeit

Rekursive und
Programmierbare Funktionen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo
Hong Kong Barcelona
Budapest

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
Appendix	6
Teil I Rekursive Funktionen	9
Kapitel 1 Terminologie und grundlegende Konstruktionen	11
1. Funktionen und Folgen	11
2. Superposition	13
3. Fundamentale Konstruktionen	16
4. Übersetzungsregeln	20
5. Appendix: Lokale Superposition	22
Kapitel 2 Simple Funktionen	25
Schemata und Funktionale	32
Kapitel 3 Elementare Funktionen	37
Kapitel 4 Primitiv rekursive Funktionen	44
1. Die Klassen \mathbf{FP}_m	46
2. Historie und Wertverlaufsrekursion	52
3. Simultane Rekursion	54
4. Appendix: $\mathbf{EXP}(0,x)$ liegt in \mathbf{FP}_2	56
Kapitel 5 Beschränkte Rekursion	63
1. \mathbf{G} -beschränkte Klassen	66
2. Kennzeichnung elementar abgeschlossener Klassen	73
Kapitel 6 Die Funktion von PETER	76
Kapitel 7 Universalfunktionen für \mathbf{FPF}	87
Kapitel 8 Rekursion und Iteration	96
Explizite Reduktionsverfahren	99
Kapitel 9 Grundbegriffe über μ -rekursive und partiell μ -rekursive Funktionen	105
1. μ -rekursive Funktionen	105
2. Schemata, Funktionale und Berechnungen	106
3. Partiiell μ -rekursive Funktionen	109
4. Terminanten	113
Supplement 1 Ein Gleichungskalkül für primitiv rekursive Funktionen	116
Supplement 2 Rekursion mit Substitution der Parameter	122
Supplement 3 Geschachtelte Rekursion	125

Supplement 4	Mehrfache Rekursion	132
Supplement 5	Geschachtelte 2-fache Rekursion	137
Supplement 6	Iteration 1-stelliger Funktionen	145
Teil II	Programmierbare Funktionen	155
Kapitel 10	Die Sprache PLA	157
1.	Syntax von PLA	157
2.	Semantik von PLA	159
3.	Berechnungen mit PLA	160
4.	Die von einem Programm programmierte Funktion und ihre T-Darstellung	161
5.	Die Komponenten der Berechnungsfunktionen liegen in \mathbf{FP}_3	165
6.	Eine Berechnungsfunktion in \mathbf{FP}_2	168
Kapitel 11	Spracherweiterungen	181
Appendix:	Weiteres über Erweiterungen mit Operationsanweisungen	187
Kapitel 12	PLA-programmierbare Funktionen	193
Kapitel 13	Die Sprache PLR und die primitiv rekursiven Funktionen	197
PLR ^s -Programme		203
Kapitel 14	Die Schleifenhierarchie	206
Die Programmierung der Berechnungsfunktion		210
Kapitel 15	$\mathbf{FLR}_2 = \mathbf{FEF} = \mathbf{FP}_2$ und Konsequenzen daraus	219
Elementare Zeitfunktionen für elementare Funktionen		224
Kapitel 16	Zeitfunktionen und Skalierungsfunktionen der Schleifenhierarchie	228
Kapitel 17	Kennzeichnungen der Schleifenhierarchie durch beschränkte Iterationen und Rekursionen	237
Kapitel 18	Die GRZEGORCZYK-Hierarchie	242
Kapitel 19	\mathbf{VLR}_1	251
Entscheidbarkeitsfragen		258
Supplement 7	Die Elimination von GOTOs	262
1.	Zur Geometrie der P-Folgen	263
2.	Das Verhältnis zweier Stellen	265
3.	Voranschreitende GOTOs	267
4.	Zurückspringende GOTOs	272

Teil III	Rekursive und partiell rekursive Funktionen	277
Kapitel 20	Die Funktionenklasse $F(\mathbf{R})$ einer Klasse \mathbf{R} von Relationen	282
1.	Entr'acte: Zwei Fakten aus der Zahlentheorie	284
2.	Die Kodierung endlicher Folgen durch die Gödelsche β -Funktion	286
3.	Klassen \mathbf{R} mit primitiv rekursiv abgeschlossenem $F(\mathbf{R})$	288
Kapitel 21	Die Struktur der rekursiv aufzählbaren Relationen	293
1.	Beschränkte arithmetische Relationen	294
2.	Projektionen	300
3.	P-abgeschlossene Klassen und ihr Kern	303
4.	Rekursiv aufzählbare Relationen	306
Kapitel 22	Rekursive Funktionen und rekursive Relationen	308
1.	Rekursiv abgeschlossene Klassen	309
2.	Abgeschlossenheit unter Minimierungen	312
Kapitel 23	Partiell rekursive Funktionen	318
Kapitel 24	Eine Universalfunktion für PRF	327
	Totale Funktionen	337
	Appendix: Geschachtelte mehrfache Rekursion	338
	Terme	342
Kapitel 25	Unentscheidbarkeiten	346
Kapitel 26	Uniformisierung	356
1.	Uniformisierungen und universelle Folgen	356
2.	Fixpunktsatz und Rekursionstheorem	365
3.	Isomorphiesätze	368
Kapitel 27	Die Arithmetisierung von Programmen	376
1.	Arithmetische Kodierung	377
2.	Arithmetisierung der Syntax von PLA	380
3.	Arithmetisierung von PLA-Berechnungen	383
4.	Universalität und Uniformisierung	391
Kapitel 28	Der Gleichungskalkül von Herbrand-Gödel-Kleene	394
1.	Der Gleichungskalkül	396
2.	Abhängigkeit von Funktionssymbolen	398
3.	Definierbarkeit von Funktionen	400
4.	Partiell μ -rekursive Funktionen sind gleichungsdefinierbar	402
5.	Durch Gleichungssysteme erzeugte Funktionale	410
6.	Beispiele, insbesondere vom Nutzen partieller Funktionen	414

Kapitel 29	Lösungen von Gleichungssystemen	420
1.	Die Operatoren $A_{G,f,\varphi}$ und ihre Fixpunkte	420
2.	Beispiele	423
3.	Fixpunkte sind gleichungsdefiniert	426
4.	Sukzessive Approximation von Lösungen	429
5.	Semantische Lösungen von Gleichungsmengen	430
6.	Bedingungen für die Auswertbarkeit von Termen	433
7.	Syntaktische Lösungen sind semantische Lösungen	436
Kapitel 30	Die Arithmetisierung des Gleichungskalküls	438
1.	Die Arithmetisierung von Bäumen	439
2.	Die Arithmetisierung von Termen	440
3.	Die Arithmetisierung von Deduktionen	442
4.	Uniformisierung und Universalfunktionen	446
5.	Appendix: Weiteres über Kodierungen	452
	g-adische Kodierung	452
	Kodierung durch Paarungsfunktionen	457
	Vertikale Kodierung	459
Literatur	465
Index der Begriffe und Namen	468
Index der Symbole	476