

Siegfried Flügge

# **Rechenmethoden der Quantentheorie**

Elementare Quantenmechanik  
Dargestellt in Aufgaben und Lösungen

Fünfte, verbesserte Auflage

110 Aufgaben mit 34 Abbildungen

**Springer-Verlag**  
Berlin Heidelberg New York  
London Paris Tokyo Hong Kong  
Barcelona Budapest

# Inhaltsverzeichnis

<i>A. Einkörperprobleme mit konservativen Kräften</i> .....	1
<i>I. Allgemeine Begriffe</i> .....	5
Mathematische Vorbemerkung .....	5
1. Aufgabe. Erwartungswerte von Impuls und Kraft .....	6
2. Aufgabe. Erwartungswerte von Drehimpuls und Moment .....	7
3. Aufgabe. Energieerhaltungssatz .....	9
4. Aufgabe. Matrixelemente .....	10
5. Aufgabe. Hermitische Operatoren .....	12
6. Aufgabe. Konstruktion eines hermitischen Operators .....	14
7. Aufgabe. Verallgemeinerte Vertauschungsrelationen .....	16
8. Aufgabe. Vertauschung von $p^n$ mit $x^m$ .....	18
9. Aufgabe. Zeitabhängigkeit eines Erwartungswertes .....	19
<i>II. Kräftefreie Bewegung</i> .....	21
Vorbemerkung .....	21
10. Aufgabe. Ebene Wellen .....	21
11. Aufgabe. Wellenpaket .....	24
12. Aufgabe. Kubischer Hohlraum .....	27
13. Aufgabe. Niveaudichte .....	29
<i>III. Eindimensionale Probleme</i> .....	32
Vorbemerkung .....	32
14. Aufgabe. Potentialschacht .....	33
15. Aufgabe. Potentialschacht zwischen Wänden .....	36
16. Aufgabe. Potentialschwelle .....	40
17. Aufgabe. Schmale, hohe Potentialschwelle .....	43
18. Aufgabe. Potentialtopf mit aufgesetzten Wänden .....	46
19. Aufgabe. Resonanz .....	48
20. Aufgabe. Periodische Potentiale .....	52

## VIII Inhaltsverzeichnis

21. Aufgabe. Energiebänder .....	54
22. Aufgabe. Ein spezielles periodisches Potential .....	55
23. Aufgabe. Kamm von Dirac-Funktionen .....	60
24. Aufgabe. Harmonischer Oszillator: Schrödingertheorie .....	65
25. Aufgabe. Harmonischer Oszillator in Matrixschreibweise .....	69
26. Aufgabe. Matrixelemente für den Oszillator .....	71
27. Aufgabe. Harmonischer Oszillator: Hilbertraum .....	74
28. Aufgabe. Oszillator-Eigenfunktionen aus Hilbertvektoren .....	77
29. Aufgabe. Potentialstufe .....	79
30. Aufgabe. Potentialschwelle .....	83
31. Aufgabe. Potentialtopf .....	86
32. Aufgabe. Homogenes elektrisches Feld .....	90
33. Aufgabe. Freier Fall nach der Quantenmechanik .....	92
34. Aufgabe. Eikonal-Näherung (WKB-Methode) .....	95
35. Aufgabe. WKB-Methode: Randwertproblem .....	98
36. Aufgabe. WKB-Näherung für den Oszillator .....	101
37. Aufgabe. Anharmonischer Oszillator .....	102
<i>IV. Zentralsymmetrische Probleme</i> .....	105
Mathematische Vorbemerkung .....	105
a) Drehimpuls .....	108
38. Aufgabe. Vertauschungsrelationen .....	108
39. Aufgabe. Transformation auf Kugelkoordinaten .....	110
40. Aufgabe. Hilbertraum zu festem $l$ -Wert .....	112
b) Gebundene Zustände .....	114
41. Aufgabe. Hohlkugel .....	114
42. Aufgabe. Erwartungswert der Energie .....	117
43. Aufgabe. Kugeloszillatator .....	119
44. Aufgabe. Entartung beim Kugeloszillatator .....	121
45. Aufgabe. Keplerproblem .....	124
46. Aufgabe. Kratzersches Molekülpotential .....	126
47. Aufgabe. Morsesches Molekülpotential .....	131
48. Aufgabe. Zentralkraftmodell des Deuterons .....	135
49. Aufgabe. Stark-Effekt am Rotator .....	138
c) Zustände im Kontinuum. Elastische Streuung .....	141
50. Aufgabe. Coulomb-Abstoßung .....	141
51. Aufgabe. Partialwellenzerlegung der ebenen Welle .....	146
52. Aufgabe. Partialwellenzerlegung der Streuamplitude .....	148

53. Aufgabe. Definition des Streuquerschnitts . . . . .	150
54. Aufgabe. Streuung an einem Potentialtopf . . . . .	152
55. Aufgabe. Streuung an der harten Kugel . . . . .	154
56. Aufgabe. Streuung am Potentialschacht . . . . .	157
57. Aufgabe. Anomale Streuung . . . . .	162
58. Aufgabe. Streuung an einer dünnwandigen Kugel . . . . .	164
59. Aufgabe. Rutherford'sche Streuformel . . . . .	166
60. Aufgabe. Partialwellenentwicklung der Rutherfordstreuung . . .	170
61. Aufgabe. Anomale Coulomb-Streuung . . . . .	174
62. Aufgabe. Integralgleichung . . . . .	175
63. Aufgabe. Schwingersches Variationsprinzip . . . . .	177
64. Aufgabe. Streulänge und effektive Reichweite . . . . .	179
65. Aufgabe. Potentialschacht, Streulänge . . . . .	183
66. Aufgabe. Streuung und gebundener Zustand . . . . .	185
d) Elastische Streuung bei höheren Energien . . . . .	187
67. Aufgabe. Bornsche Näherung . . . . .	188
68. Aufgabe. Genäherte und exakte Streuamplitude . . . . .	190
69. Aufgabe. Bornsche Näherung: Yukawa- und Coulombfeld . . .	193
70. Aufgabe. Stoßparameter-Integral . . . . .	195
71. Aufgabe. Strahlenoptik und Stoßparameterintegral . . . . .	198
72. Aufgabe. Calogero-Gleichung . . . . .	199
73. Aufgabe. Zweite Bornsche Näherung für Partialwellen . . . . .	202
<i>V. Verschiedene Einkörperprobleme</i> . . . . .	205
74. Aufgabe. Ionisiertes Wasserstoffmolekül . . . . .	205
75. Aufgabe. Elektromagnetisches Feld . . . . .	210
76. Aufgabe. Elektrische Stromdichte . . . . .	212
77. Aufgabe. Normaler Zeeman-Effekt . . . . .	214
78. Aufgabe. Anregung durch eine Lichtwelle . . . . .	215
<i>VI. Nichtstationäre Probleme</i> . . . . .	221
Vorbemerkung . . . . .	221
79. Aufgabe. Zwei Zustände: zeitunabhängige Störung . . . . .	222
80. Aufgabe. Zwei Zustände: zeitabhängige Störung . . . . .	224
81. Aufgabe. Paramagnetische Resonanz . . . . .	226
82. Aufgabe. Photoanregung . . . . .	227
83. Aufgabe. Elastische Streuung . . . . .	230
84. Aufgabe. Photoeffekt . . . . .	233
85. Aufgabe. Spontane Emission . . . . .	236

## X Inhaltsverzeichnis

<i>B. Mehrkörperprobleme</i> .....	241
<i>I. Spin</i> .....	244
Vorbemerkung .....	244
86. Aufgabe. Antikommator .....	245
87. Aufgabe. Konstruktion der Paulimatrizen .....	246
88. Aufgabe. Eigenvektoren der Spinoperatoren .....	248
89. Aufgabe. Produkt der Spinoperatoren .....	249
90. Aufgabe. Spinortransformation .....	251
91. Aufgabe. Ebene Welle mit Spin .....	253
92. Aufgabe. Spinelektron im Zentralfeld .....	255
93. Aufgabe. Landéscher g-Faktor .....	258
94. Aufgabe. Zwei Teilchen vom Spin $\frac{1}{2}$ .....	261
95. Aufgabe. Austauschkräfte .....	263
96. Aufgabe. Drei Teilchen vom Spin $\frac{1}{2}$ .....	264
<i>II. Systeme aus wenigen Teilchen</i> .....	268
Vorbemerkung .....	268
97. Aufgabe. Austauschentartung .....	268
98. Aufgabe. Gekoppelte Oszillatoren .....	270
99. Aufgabe. Helium im Grundzustand .....	276
100. Aufgabe. Neutrales Wasserstoffmolekül .....	279
101. Aufgabe. Schwerpunktzbewegung .....	283
102. Aufgabe. Drehimpulseigenfunktionen für zwei Teilchen .....	285
103. Aufgabe. Rutherford-Streuung gleicher Teilchen .....	287
104. Aufgabe. Unelastische Streuung .....	290
<i>III. Systeme aus vielen Teilchen</i> .....	294
105. Aufgabe. Metall als Elektronengas .....	294
106. Aufgabe. Paramagnetismus der Metalle .....	296
107. Aufgabe. Feldemission .....	299
108. Aufgabe. Thomas-Fermi-Atom .....	302
109. Aufgabe. Näherungen für die Thomas-Fermi-Funktion .....	305
110. Aufgabe. Abschirmung der K-Elektronen .....	309
Literaturhinweise zu einigen Aufgaben .....	312
Sachverzeichnis .....	315