

# Inhaltsverzeichnis

## 1 Einführung

1.1	Auftreten von Optimierungsproblemen in der Praxis . . . . .	1
1.2	Das Modell des allgemeinen NLO-Problems . . . . .	10
1.3	Geometrische Veranschaulichung einfacher Optimierungsprobleme . . . . .	12

## 2 Theorie

2.1	Extremalkriterien für differenzierbare Probleme . . . . .	15
	(*) Anhang 1 zu 2.1: Alternativsätze für Systeme linearer Ungleichungen .	38
	(*) Anhang 2 zu 2.1: Alternative Herleitung der Multiplikator-Regel . . .	42
2.2	Lagrange-Dualität I . . . . .	46
2.3	Konvexe Optimierungsaufgaben . . . . .	50
2.4	Lagrange-Dualität II . . . . .	69
2.5	(*) Sensitivitäts- und Stabilitätsbetrachtungen . . . . .	77

## 3 Verfahren

3.0	Übersicht . . . . .	87
3.1	Verfahren der unrestringierten Minimierung . . . . .	91
3.1.1	Schrittweitenverfahren . . . . .	97
3.1.2	Verfahren zur Richtungsbestimmung . . . . .	111
3.1.2.1	(*) Die Methode des koordinatenweisen Abstiegs. Das SOR-Newton-Verfahren . . . . .	114
3.1.2.2	Verfahren mit gradientenbezogenen Richtungen . . . . .	119
3.1.2.3	Newton- und Newton-ähnliche Verfahren . . . . .	130
3.1.2.4	Quasi-Newton-Verfahren, insbesondere das BFGS-Verfahren . . . . .	133
3.1.2.5	Verfahren konjugierter Richtungen. Das cg-Verfahren . . . . .	156
3.1.2.6	(*) Weitere Quasi-Newton-Verfahren . . . . .	172
3.1.2.7	(*) Verfahren, die die notwendigen Bedingungen zweiter Ordnung erfüllen	178
3.1.3	(*) Die Methode der Vertrauensbereiche . . . . .	185

1.4	Spezielle Verfahren für Ausgleichsprobleme . . . . .	192
1.4.1	Lineare Ausgleichsrechnung . . . . .	193
1.4.2	Das Gauß–Newton–Verfahren . . . . .	195
1.4.3	Schrittweitenverfahren für Ausgleichsaufgaben . . . . .	201
1.4.4	(*) Das Verfahren von Levenberg und Marquardt in der Implementierung von J.J. Moré . . . . .	202
1.4.5	(*) Ein spezielles Verfahren für die Ausgleichung mittels rationaler Funktionen . . . . .	217
1.4.6	(*) Verfahren für Ausgleichsprobleme mit separierbaren Variablen . . . . .	223
1.4.7	(*) Orthogonale Regression . . . . .	225
1.5	Ergänzungen . . . . .	233
1.5.1	Konvergenztheorie . . . . .	233
1.5.2	Das Problem der Skalierung . . . . .	235
1.5.3	Numerische Differentiation . . . . .	238
1.5.4	Grenzgenauigkeit und Abbruchkriterien . . . . .	240
	Verfahren zur linearen Optimierung . . . . .	242
2.1	Normalform einer LO–Aufgabe und Transformation auf Normalform . . . . .	242
2.2	Struktur der zulässigen Menge und der Lösungsmenge der LO–Aufgabe . . . . .	244
2.3	Das Simplexverfahren . . . . .	249
2.4	Ermittlung einer zulässigen Ausgangsecke . . . . .	255
2.5	Simplex–Verfahren mit LR–Zerlegung . . . . .	257
2.6	Einiges über duale lineare Programme und Anwendungen . . . . .	259
2.7	Die algebraische Berechnungskomplexität der LO–Aufgabe. Die Verfahren von Barnes, Khachiyan und Karmarkar . . . . .	261
	Verfahren zur quadratischen Optimierung . . . . .	285
3.1	Ein primales Verfahren vom Projektionstyp . . . . .	285
3.2	Das duale Verfahren von Goldfarb und Idnani zur Lösung streng konvexer quadratischer Optimierungsaufgaben . . . . .	293
3.3	(*) Ein Verfahren für lineare Ausgleichsaufgaben mit linearen Restriktionen . . . . .	304
3.4	(*) Verfahren zur Lösung quadratischer Optimierungsprobleme mit Mehrfachinaktivierung . . . . .	312
3.5	(*) Weitere Verfahren zur Lösung von konvexen QP–Problemen . . . . .	318
3.6	(*) Ein polynomiales Verfahren für konvexe quadratische Optimierungsprobleme . . . . .	319
3.7	(*) Das indefinite quadratische Optimierungsproblem . . . . .	324
	Projektions–und Reduktionsverfahren für NLO . . . . .	331
4.1	Allgemeine Konvergenztheorie eines primalen Abstiegsverfahrens . . . . .	331
4.2	Konstruktion eines zulässigen Kurvenbogens . . . . .	347

3.4.3	Ein Schrittweitenverfahren für (nichtlinear) restringierte Optimierungsprobleme . . . . .	351
3.4.4	Q–superlinear konvergente Varianten von GGPRV . . . . .	357
3.4.5	Verfahren vom Typ der reduzierten Gradienten . . . . .	361
3.4.6	(*) Ein Reduktionsverfahren mit Mehrfachinaktivierung . . . . .	375
3.4.7	(*) Das Projektionsverfahren von Bertsekas . . . . .	383
3.4.8	Ergänzende Bemerkungen . . . . .	389
3.5	Penalty– und Multiplikator–Verfahren . . . . .	393
3.5.1	Klassische Penalty–Verfahren . . . . .	393
3.5.2	Die Multiplikator–Methode von Hestenes und Powell für gleichungsrestriktierte Probleme . . . . .	410
3.5.3	Die Multiplikator–Methode von Rockafellar . . . . .	428
3.5.4	(*) Exakte differenzierbare Penalty–Funktionen . . . . .	440
3.5.5	Weitere Hinweise und Bemerkungen . . . . .	451
3.6	Die Methode der sequentiellen quadratischen Minimierung . . . . .	455
3.6.1	(*) Exakte nichtdifferenzierbare Penalty–Funktionen . . . . .	455
3.6.2	Die Methode der sequentiellen quadratischen Optimierung . . . . .	474
3.6.2.1	Allgemeine Vorüberlegungen . . . . .	474
3.6.2.2	Die SQP–Methode für konvexe Optimierungsaufgaben . . . . .	483
3.6.2.3	Die SQP–Methode für nichtkonvexe NLO–Probleme. Regularisierungstechniken für inkompatible QP–Probleme . . . . .	487
3.6.2.4	(*) Die Konstruktion der Matrizenfolge $\{A_k\}$ . . . . .	507
3.6.2.5	(*) Der Maratos–Effekt . . . . .	509
3.6.2.6	(*) Zur Schrittweitenbestimmung . . . . .	513
3.6.2.7	(*) Zur Konvergenzgeschwindigkeit der SQP–Methode . . . . .	514
3.6.2.8	Weitere Hinweise und Bemerkungen . . . . .	523
3.7	Hinweise zur Praxis von NLO . . . . .	528
3.7.1	Problemformulierung . . . . .	528
3.7.2	Skalierung . . . . .	529
3.7.3	Numerische Differentiation . . . . .	530
3.7.4	Grenzgenauigkeit und Abbruchkriterien . . . . .	530
	Anhang 1 : Übersicht über verfügbare Software . . . . .	532
	Anhang 2 : Übersicht über themenspezifische Zeitschriften und Buchreihen . . . . .	533
	Anhang 3 : Notationen . . . . .	534
	Literaturverzeichnis . . . . .	539
	Sachverzeichnis . . . . .	553