

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur zweiten Auflage	VIII	KAPITEL 4. REELLE UND KOMPLEXE FUNKTIONEN	
Vorwort zur ersten Auflage	X	Einleitung	50
Wie arbeiten Sie mit diesem Buch?	XIII	§ 1 Definition der reellen Funktionen und Beispiele	50
KAPITEL 1. DIE REELLEN ZAHLEN		§ 2 Monotone Funktionen	52
§ 1 Mengen	1	§ 3 Beispiele aus der Wechselstromlehre	54
§ 2 Funktionen	4	§ 4 Rechnen mit reellen Funktionen	56
Definitionen und Beispiele	4	§ 5 Polynome	58
Die Komposition von Funktionen	6	Das Horner-Schema	58
Die Umkehrfunktion	8	Nullstellen von Polynomen	60
Bijektive Funktionen	9	§ 6 Komplexe Funktionen	62
§ 3 Die reellen Zahlen	10	Komplexe Funktionen mit reellen Argumenten	64
Die Zahlengerade	10	Zusammenfassung	65
Die arithmetischen Eigenschaften von \mathbb{R}	10		
Ungleichungen	12		
Intervalle	16		
Definition und Eigenschaften der Wurzel	17		
Der Betrag	19		
Zusammenfassung	22	KAPITEL 5. DAS SUPREMUM	
		Einleitung	66
		§ 1 Schranken, Maximum, Minimum, Supremum, Infimum	67
KAPITEL 2. VOLLSTÄNDIGE INDUKTION		§ 2 Das Supremumsaxiom	70
§ 1 Beweis durch vollständige Induktion	24	§ 3 Eigenschaften von Supremum und Infimum	70
Erklärung des Summenzeichens	26	§ 4 Supremum und Maximum bei Funktionen	71
§ 2 Rekursive Definitionen	26	§ 5 Dual-, Dezimal- und Hexadezimalzahlen	72
§ 3 n-te Potenz und n-te Wurzel	28	Zusammenfassung	74
Eigenschaften der n-ten Potenz	28		
Die n-te Wurzel	30		
Die binomische Formel	30		
Zusammenfassung	34		
KAPITEL 3. DIE KOMPLEXEN ZAHLEN		KAPITEL 6. FOLGEN	
Einleitung	36	Einleitung	75
§ 1 Definition und Veranschaulichung	36	§ 1 Definition	75
§ 2 Der Körper \mathbb{C} der komplexen Zahlen	36	§ 2 Monotonie und Beschränktheit	76
Rechengesetze in \mathbb{C}	36	Beschränktheit	76
\mathbb{R} als Teilmenge von \mathbb{C}	38	Monotonie	77
§ 3 Realteil, Imaginärteil, Betrag	39	Monotone beschränkte Folgen	78
Realteil, Imaginärteil, Konjugierte	39	§ 3 Konvergenz und Divergenz	80
Der Betrag	40	Konvergenz	80
§ 4 Die Polarform	44	Divergenz	82
§ 5 n-te Wurzeln einer komplexen Zahl	46	Rechenregeln für konvergente Folgen	82
Zusammenfassung	49	Beispiele	84
		Rekursiv definierte Folgen	86

§ 4 Komplexe Folgen	89	§ 3 Sinus und Cosinus	142
Zusammenfassung	92	§ 4 Hyperbelfunktionen	144
KAPITEL 7: EINFÜHRUNG IN DIE INTEGRALRECHNUNG		Zusammenfassung	146
Einleitung	94	KAPITEL 10. STETIGE FUNKTIONEN	
§ 1 Beispiele	94	Einleitung	146
§ 2 Obersumme und Untersumme	98	§ 1 Stetigkeit	149
§ 3 Die Definition des Integrals	102	Grenzwerte von Funktionen	149
§ 4 Das Riemannsche Integrierbarkeitskriterium	104	Einseitige und uneigentliche Grenzwerte	151
Integrierbarkeit monotoner Funktionen	106	Stetige Funktionen	152
§ 5 Integral als Grenzwert einer Folge	107	Trigonometrische Funktionen und Exponentialfunktion sind stetig	154
Das Riemannsche Summen-Kriterium	108	Stetig auf $[a,b]$: Drei Sätze	157
§ 6 Numerische Integration	109	§ 2 Anwendung auf spezielle Funktionen	161
Die Rechteckregel	109	Exponentialfunktion, Logarithmus	
Die Trapezregel	110	und allgemeine Potenz	161
Die Simpsonregel	111	Trigonometrische Funktionen	164
§ 7 Eigenschaften des Integrals	112	§ 3 Die $\epsilon-\delta$ -Definition der Stetigkeit und die Lipschitz-Stetigkeit	168
Eigenschaften des Integrals bezüglich des Integrationsintervalls	112	§ 4 Stetigkeit und Integration	171
Eigenschaften bezüglich des Integranden	114	Zusammenfassung	172
Ungleichungen für Integrale	116	KAPITEL 11. DIFFERENTIALRECHNUNG	
Zusammenfassung	117	Einleitung	174
KAPITEL 8: REIHEN		§ 1 Lineare Approximation	174
Einleitung (Zenon's Paradoxon)	119	§ 2 Definition der Differenzierbarkeit	177
§ 1 Beispiele	120	§ 3 Differenzierbare Funktionen	180
§ 2 Konvergente Reihen	122	§ 4 Rechenregeln für differenzierbare Funktionen	184
Geometrische Reihen	122	Summe, Produkt, Quotient	184
Die "Schneeflockenkurve"	123	Die Kettenregel	185
Rechenregeln für konvergente Reihen	124	Die Ableitung der Umkehrfunktion	188
Notwendiges Konvergenzkriterium	125	Differenzierbarkeit von Potenzreihen	190
§ 3 Konvergenzkriterien	126	§ 5 Die Ableitung komplexer Funktionen	191
Vergleichskriterien	126	§ 6 Höhere Ableitungen	192
Wurzelkriterium	127	Aufgaben zum Einüben der Differenziationstechniken	193
Quotientenkriterium	128	§ 7 Beispiele von Differentialgleichungen und Lösungen	194
Alternierende Reihen	128	Lösung der Schwingungsgleichung durch Potenzreihenansatz	194
§ 4 Absolut konvergente Reihen	130	§ 8 Der erste Mittelwertsatz	196
Zusammenfassung	133	Lokale Extrema	196
KAPITEL 9. POTENZREIHEN UND SPEZIELLE FUNKTIONEN		Der erste Mittelwertsatz der Differentialrechnung	198
Einleitung	135	Anwendungen des ersten Mittelwertsatzes	200
§ 1 Potenzreihen	136	§ 9 Die Regeln von de L'Hôpital	201
Konvergenz von Potenzreihen	137	Zusammenfassung	204
Zusammenfassung: Potenzreihen als Funktionen	139		
§ 2 Exponentialfunktion	140		
Definition der Exponentialfunktion	140		
Eigenschaften der Exponentialfunktion	141		

KAPITEL 12. INTEGRALRECHNUNG-INTEGRATIONSTECHNIK

Einleitung	207	Konvergenzkriterien	239
§ 1 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	208	§ 2 Unbeschränkter Integrand	240
§ 2 Die Stammfunktion	210	Konvergenzkriterien	242
§ 3 Eine andere Formulierung des Hauptsatzes	211	§ 3 Die Gammafunktion	243
§ 4 Integration zur Lösung einfacher Differentialgleichungen	212	§ 4 Die Laplace-Transformation	245
§ 5 Das unbestimmte Integral	214	Linearität und elementare Laplace- Transformationen	246
§ 6 Die Integration komplexer Funktionen	215	Bemerkungen zum Umkehrproblem	247
§ 7 Integrationsmethoden	216	Transformation von Ableitungen	248
Integranden der Form $\frac{f'}{f}$	216	Transformation von $f(at+b)$	249
Partielle Integration	217	Verschiebung des Arguments in der	
Substitution	219	Bildfunktion	250
Eine Umformulierung der Substitutionsregel	222	Kurze Übersicht	251
Substitution bei bestimmten Integralen	224	Zusammenfassung	252
§ 8 Separable Differentialgleichungen	225	KAPITEL 14. TAYLORPOLYNOME UND TAYLORREIHEN	
Lösungsmethode	225	§ 1 Approximation durch Polynome	253
Merkregel	226	Approximation	253
Anfangswertprobleme	227	Taylorpolynome	255
§ 9 Integration rationaler Funktionen	228	§ 2 Restglied	256
1. Schritt: Polynomdivision	228	Restglied nach Taylor	256
2. Schritt: Polynomzerlegung	229	Anwendung: Funktionswerte berechnen	257
3. Schritt: Partialbruchzerlegung	230	Restglied nach Lagrange	258
4. Schritt: Integration rationaler		Restglied abschätzen	258
Funktionen	232	Anwendung: Lokale Extrema	259
Kurze Merkregelsammlung	233	§ 3 Taylorreihen	261
Zusammenfassung	234	Definition	261
KAPITEL 13. UNEIGENTLICHE INTEGRALE		Ein Gegenbeispiel	262
Einleitung	236	Konvergenz der Taylorreihe	263
§ 1 Unbeschränktes Integrationsintervall	236	Beispiel Logarithmus	265
Integrationsintervall $]-\infty, \infty[$	238	Beispiel Arcus-Tangens	266
		Beispiel Binomische Reihe	266
		Zusammenfassung	267
		Lösungen der Aufgaben	269
		Sachverzeichnis	333