

Wilhelm Klingenberg

Lineare Algebra und Geometrie

Dritte Auflage

Mit 35 Abbildungen

Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York

London Paris Tokyo

Hong Kong Barcelona

Budapest

Inhaltsverzeichnis

1 Allgemeine Grundbegriffe

| | |
|--|----|
| 1.1 Mengen und Abbildungen | 1 |
| 1.2 Gruppen | 3 |
| 1.3 Gruppenmorphisimen | 5 |
| 1.4 Äquivalenzrelationen und Quotientengruppen | 7 |
| 1.5 Ringe und Körper | 11 |

2 Vektorräume

| | |
|--|----|
| 2.1 Moduln und Vektorräume | 17 |
| 2.2 Lineare Abbildungen | 19 |
| 2.3 Erzeugendensysteme und freie Systeme | 21 |
| 2.4 Basissysteme | 24 |
| 2.5 Endlichdimensionale Vektorräume | 26 |
| 2.6 Lineare Komplemente | 28 |

3 Matrizen

| | |
|--|----|
| 3.1 Vektorräume linearer Abbildungen | 33 |
| 3.2 Dualräume | 34 |
| 3.3 Die transponierte Abbildung | 38 |
| 3.4 Matrizen | 41 |
| 3.5 Das Matrizenprodukt | 44 |
| 3.6 Der Rang | 47 |

4 Lineare Gleichungen und Determinanten

| | |
|--|----|
| 4.1 Lineare Gleichungssysteme | 53 |
| 4.2 Das Gaußsche Eliminationsverfahren | 55 |
| 4.3 Die symmetrische Gruppe | 58 |
| 4.4 Determinanten | 60 |
| 4.5 Der Determinantenentwicklungssatz | 65 |

5 Eigenwerte und Normalformen

| | | |
|-----|--|----|
| 5.1 | Eigenwerte | 71 |
| 5.2 | Normalformen. Elementare Theorie | 74 |
| 5.3 | Der Satz von Hamilton-Cayley | 77 |
| 5.4 | Die Jordan-Normalform | 79 |
| 5.5 | Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten (komplexer Fall) | 85 |
| 5.6 | Die Jordan-Normalform über \mathbb{R} | 87 |
| 5.7 | Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten (reeller Fall) | 91 |

6 Metrische Vektorräume

| | | |
|-----|--|-----|
| 6.1 | Unitäre Vektorräume | 97 |
| 6.2 | Normierte Vektorräume | 102 |
| 6.3 | Hilberträume | 108 |
| 6.4 | Lineare Operatoren. Die unitäre Gruppe | 114 |
| 6.5 | Hermitesche Formen | 121 |

7 Affine Geometrie

| | | |
|-----|---|-----|
| 7.1 | Der affine Raum | 129 |
| 7.2 | Affinitäten und Kollineationen. Der Fundamentalsatz | 134 |
| 7.3 | Lineare Funktionen | 139 |
| 7.4 | Affine Quadriken | 145 |

8 Euklidische Geometrie

| | | |
|-----|--|-----|
| 8.1 | Der affin-unitäre Raum | 159 |
| 8.2 | Lineare und quadratische Funktionen | 164 |
| 8.3 | Der Winkel | 170 |
| 8.4 | Anhang: Quaternionen und $SO(3)$, $SO(4)$ | 177 |
| 8.5 | Dreieckslehre | 181 |
| 8.6 | Kegelschnitte | 189 |

9 Projektive Geometrie

| | | |
|-----|---|-----|
| 9.1 | Der projektive Raum | 207 |
| 9.2 | Die projektive Erweiterung eines affinen Raumes | 210 |
| 9.3 | Anhang: Allgemeine projektive und affine Ebenen | 217 |
| 9.4 | Das Doppelverhältnis. Der Satz von v. Staudt | 223 |
| 9.5 | Quadriken und Polaritäten | 231 |

10 Nichteuclidische Geometrie

| | |
|--|-----|
| 10.1 Der hyperbolische Raum | 243 |
| 10.2 Das konforme Modell des hyperbolischen Raumes | 250 |
| 10.3 Elliptische Geometrie | 262 |
| 10.4 Das konforme Modell des elliptischen Raumes | 266 |
| 10.5 Cliffordparallelen | 272 |
| 10.6 Sphärische Geometrie und Dreieckslehre | 277 |
| Literaturhinweise | 283 |
| Literaturverzeichnis | 285 |
| Index | 287 |