

# INHALTSVERZEICHNIS

## TEIL I: LINEARE PROZESSE

1	EINLEITENDE BEMERKUNGEN UND MATHEMATISCHE HILFSMITTEL . . . . .	3
1.1	Geschichtliches und Nomenklatur . . . . .	3
1.2	Industrielle Bedeutung von finiten Methoden, insbesondere der FEM . . . . .	5
1.3	Vorbereitungen für die Kontinuumstheorie . . . . .	5
1.4	Der GAUßsche Integralsatz, die NABLA-Matrix und die Normalenmatrix . . . . .	7
2	DIE KONTINUUMSTHEORIE IN MATRIZENSCHREIB- WEISE . . . . .	12
2.1	Die Axiome vom Gleichgewicht am unverformten, infinitesimalen Element . . . . .	12
2.1.1	Das Axiom vom Momentengleichgewicht am Element . . . . .	13
2.1.2	Das Axiom vom Kräftegleichgewicht am Element nach NEWTON (D'ALEMBERT) . . . . .	14
2.2	Schnittkräfte am Randelement . . . . .	15
2.3	Verzerrungs-, Verschiebungsbeziehungen und die Kompatibilität . . . . .	17
2.4	Das Werkstoffgesetz . . . . .	21
2.4.1	Lösbarkeitsbetrachtungen . . . . .	21
2.4.2	Das HOOKEsche Gesetz . . . . .	22
2.4.3	Drehung von Spannungssystemen . . . . .	24
2.4.4	Drehung von Verzerrungen . . . . .	26
2.4.5	Die Drehinvarianz . . . . .	29
2.4.6	Berücksichtigung von Temperaturfeldern . . . . .	31
2.5	Die Lösungsgleichungen der Kontinuumstheorie . . . . .	32
2.6	Die Philosophie der FE-Methoden und die virtuellen Arbeiten . . . . .	33

<b>3</b>	<b>DIE GLEICHUNGEN AM FINITEN ELEMENT . . . . .</b>	<b>36</b>
3.1	Die Gesamtstruktur, die Knotenpunkte und das Element . . .	36
3.2	Verschiebungsansätze im Element . . . . .	37
3.3	Die natürlichen Koordinaten im Element . . . . .	42
3.4	Die Steifigkeitsmatrix und die Massenmatrix . . . . .	47
<b>4</b>	<b>DIE STRUKTURGLEICHUNGEN . . . . .</b>	<b>54</b>
4.1	Die Kompatibilität der Elemente . . . . .	54
4.2	Die Gleichgewichtsbedingungen der Gesamtstruktur an den Knotenpunkten . . . . .	55
4.3	Die Gleichungen für die Gesamtstruktur . . . . .	59
4.4	Lösungsfragen . . . . .	61
4.5	Integration und Genauigkeitsfragen . . . . .	62
<b>5</b>	<b>HINWEISE ZUR SCHALENTHEORIE UND DEN MEHRSCHICHTVERBUNDEN . . . . .</b>	<b>65</b>
5.1	Schalentheorie . . . . .	65
5.1.1	Die Formfunktionsmatrix . . . . .	65
5.1.2	Generalisierung der äußeren Kräfte . . . . .	68
5.2	Mehrschichtverbunde . . . . .	70
<b>6</b>	<b>BELIEBIGE PARAMETERRÄUME; ALS BEISPIELSFALL DIE RINGELEMENTE . . . . .</b>	<b>75</b>
6.1	Differentialgeometrie . . . . .	75
6.2	Tensoren und Matrizen der linearen Mechanik . . . . .	77
6.3	Die invariante Formulierung des Prinzips der virtuellen Verrückungen . . . . .	84
<b>7</b>	<b>ALLGEMEINE FINITISIERUNGSBETRACHTUNGEN IN DER PHYSIK . . . . .</b>	<b>87</b>
7.1	Die allgemeine Lösungsstrategie . . . . .	87
7.2	Die Grundgleichung der finiten Elemente in jedem Gebiet der Physik . . . . .	90
7.3	Verschiedene Medien in einem Integrationsgebiet . . . . .	94
7.3.1	Die Eigenschwingungen des Festkörpers . . . . .	96

7.3.2	Die Geschwindigkeitsverteilungen für die Eigenformen in der Strömung . . . . .	97
7.3.3	Die Beziehung zwischen Geschwindigkeits- und Druckfeld (Aerodynamik) . . . . .	109
7.3.4	Der schwingende feste Körper im Fluid (Aeroelastik) . . . . .	116
8	BEMERKUNGEN ZUR BOUNDARY ELEMENT METHODE (BEM) . . . . .	124

## TEIL II: NICHTLINEARE PROZESSE

9	NICHTLINEARES VERHALTEN . . . . .	129
9.1	Bemerkungen zur geometrischen Nichtlinearität im Kontinuum . . . . .	131
9.2	Geometrische Nichtlinearität bei den finiten Elementen . . .	139
9.3	Geometrie der Inkrementierung . . . . .	140
10	NICHTLINEARE GEOMETRIE IN BELIEBIGEN PARAMETERRÄUMEN . . . . .	145
10.1	Wahre physikalische Verzerrungen und GREENsche Verzerrungen . . . . .	145
10.2	Der GREENsche Verzerrungstensor und die Verschiebungen . . . . .	150
10.3	Die Differentialgeometrie der Kugelkoordinaten . . . . .	152
10.4	Der nichtlineare GREENsche Verzerrungstensor in Kugelkoordinaten . . . . .	155
10.5	Geometrie der Inkrementierung in nichtkartesischen Koordinaten . . . . .	162
11	GLEICHGEWICHT UND SPANNUNGEN BEI GROSSER VERFORMUNG . . . . .	166
11.1	Die Parameterräume . . . . .	166
11.2	Das Gleichgewicht . . . . .	168
11.3	Die Spannungen . . . . .	175

11.4	Das Gleichgewicht bei großen Verformungen in beliebigen Parameterräumen . . . . .	187
11.5	Die Inkrementierung . . . . .	197
11.6	Die Phänomenologie der assoziierten Metallplastizität . . . .	200
11.7	Die Werkstoffmatrix . . . . .	203
11.8	Die Gesamtstrukturgleichung . . . . .	205
12	STATISCHE STABILITÄT . . . . .	209
13	DIE BENÜTZUNG VON SPANNUNGSANSÄTZEN . . . . .	215
14	KRIECHEN VON METALLEN BEI KLEINEN VERFORMUNGEN . . . . .	220
14.1	Grundbegriffe . . . . .	220
14.2	Ermittlung der Differentialgleichung . . . . .	223
15	BEHANDLUNG DER NAVIER-STOKESchen STRÖMUNGS- GLEICHUNGEN UND DIE AXIOMATIK DER MECHANIK . . . .	229
15.1	Bemerkungen zu den Axiomen der Mechanik . . . . .	229
15.2	Das System der aerodynamischen Lösungsgleichungen . . . .	231
15.3	Die finiten Element Gleichungen des Problems (15.19) . . . .	236
16	SONDERPROBLEME . . . . .	245
16.1	Blockschema . . . . .	245
16.2	Bemerkungen zur Betriebsfestigkeit . . . . .	246
16.3	Hinweise für Kontaktprobleme . . . . .	247
16.3.1	Betrachtungen zu analytischen und numerischen Lösungsmethoden . . . . .	247
16.3.2	Das Tiefziehen von Blechen . . . . .	249
16.4	Temperaturabhängigkeit der Werkstoffkennwerte . . . . .	254
17	KONVERGENZÜBERLEGUNGEN ZUR LÖSUNGSSTRATEGIE . .	262
17.1	Eine neue Formulierung der Kontinuumstheorie . . . . .	262
17.2	Die Konvergenz zur Kontinuumstheorie . . . . .	266

17.3	Abschließende Hinweise zur Konvergenz . . . . .	267
17.4	Die Konvergenz, ausgehend von den Differentialgleichungen . . . . .	270
	Literaturverzeichnis . . . . .	272
	Sachverzeichnis. . . . .	274