

Lothar Sachs

Angewandte Statistik

Anwendung statistischer Methoden

Siebente, völlig neu bearbeitete Auflage

Mit 70 Abbildungen, 291 Tabellen
und 94 Übersichten



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo
Hong Kong Barcelona
Budapest

Inhaltsverzeichnis

Einige Symbole	XXIX
Verzeichnis wichtiger Übersichten	XXXI
Einleitung	1
● Für wen ist das Buch bestimmt?	
● Was enthält es?	
● Formel-Numerierung	
● Abschnitts-Numerierung	
● Codierung meiner Bücher	
● Zweiteiliges Literaturverzeichnis	
Die Übersichten 1 bis 7	
Einführung in die Statistik	11
● Definition und Aufgaben	
● Daten und Entscheidungen	
● Beschreibende und Beurteilende Statistik	
● Zufallsstichproben	
● Zufällige und systematische Fehler	
● Modelle und Kreisprozesse	
● Datenanalyse	
● Zur Planung von Untersuchungen	
Vorbemerkungen	16
01 Mathematische Abkürzungen	16
02 Rechenoperationen und Rundungen	16
03 Rechnen mit fehlerbehafteten Zahlen	23
04 Sinnvolle Quotienten: Verhältniszahlen	24
05 Einige graphische Darstellungen	27
1 Statistische Entscheidungstechnik	29
11 Statistik und wissenschaftliche Methode	29
● Wiederholbare Erfahrungen	
● Streuung von Beobachtungen	
● Zufallsstichproben!	
● Beurteilende (d. h. schließende) Statistik	
● Explorative und Konfirmatorische Datenanalyse	
● Vertrauensbereich und statistischer Test	
12 Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung	33
121 Die statistische Wahrscheinlichkeit	33
● Relative Häufigkeit und Laplace-Definition	

122	Axiome und Additionssatz	35
●	Zufallsexperiment	
●	Ereignis, Elementarereignisse	
●	Einiges aus der Mengenlehre	
●	De Morgan-Gesetze	
●	Zusammenstellung wichtiger Formelnummern	
●	Die 3 Axiome	
●	Das erweiterte dritte Axiom und die Ungleichung nach Bonferroni	
●	Additionssatz	
	Sieben Beispiele und weitere Hinweise	
123	Bedingte Wahrscheinlichkeit, Multiplikationssatz und Stochastische Unabhängigkeit	43
●	Bedingte Wahrscheinlichkeit	
●	Multiplikationssatz	
	Sieben Beispiele	
●	Das relative Risiko (B 16)	
●	Einige Hinweise zu Überlebenswahrscheinlichkeiten	
1.	Überlebenswahrscheinlichkeiten für ein Neugeborenes (B 17)	
2.	Zwei einfache Beispiele: Bedingte Überlebenswahrscheinlichkeiten (B 18, B 19)	
3.	Aus einer Sterbetafel ablesbare Wahrscheinlichkeiten (B 20, B 21)	
4.	Schätzung der Überlebenswahrscheinlichkeit nach Kaplan und Meier (B 22)	
5.	Zuverlässigkeitsanalysen in der Technik: Schätzung der Hazard Rate aus einer Abgangsordnung (B 23)	
●	Stochastische Unabhängigkeit: Drei äquivalente Definitionen	
●	Stochastische Unabhängigkeit für drei und mehr Ereignisse	
	Positive und negative Korrelation	
	Vierzehn Beispiele zur Stochastischen Unabhängigkeit	
	Weitere Beispiele:	
	Vierzehn Würfelbeispiele I (B 38 – B 51)	
	Zwei Beispiele zu Münzwürfen I (B 52, B 53)	
	Wappenzahl beim dreifachen Münzwurf: Wahrscheinlichkeitsfunktion und Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen (B 53)	
	Gesetz der großen Zahlen	
	Beispiele:	
	Klatsch (B 54)	
	Einwandfreie Äpfel (B 55)	
	Alternativen für den bemannten Flug einer Rakete (B 56)	
	Zuverlässigkeit von Bauelementen (B 57, B 58)	
	Zum Tapezieren (B 59)	
	Buchbestellung aus Afrika (B 60)	
	Richtige Diagnose (B 61)	
	Erkrankungswahrscheinlichkeiten (B 62)	
	Infektionskrankheit (B 63)	
	Stochastische Unabhängigkeit zweier Alternativmerkmale? (B 64)	
	Angler und Kegler (B 65)	
	Wetten (B 66)	

Tontaubenschießen (B67)	
Verdorbene Eier (B68)	
Behandlungserfolge (B69)	
Triebwerkschaden eines Düsenflugzeuges (B70)	
124 Totale Wahrscheinlichkeit und Bayessches Theorem	77
● Totale Ereignisdiskjunktion	
● Totale Wahrscheinlichkeit	
● Bayessches Theorem	
Beispiele:	
Brückenbau nach erfolgreicher Bewerbung (B71)	
Karotten aus drei Gärtnereien (B72)	
Lehrgangabschluß und Anstellung (B73)	
Zur Krankheit K (B74)	
Terrorismus im Flugverkehr (B75)	
Herkunft von Ausschußware I (B76)	
Herkunft von Ausschußware II (B77)	
Aus welcher Urne entnommen? (B78)	
Durchleuchtung der Brust mit Röntgenstrahlen (B79)	
Falsches Wegordnen von Unterlagen (B80)	
Effizienz eines diagnostischen Tests (B81)	
Zusammenstellung wichtiger Formelnummern und zwei Hinweise	
125 Die Zufallsvariable	89
126 Die Verteilungsfunktion	89
● Wahrscheinlichkeitsfunktion	
● Wahrscheinlichkeitsdichte	
● Verteilungsfunktion	
● Rechenregeln zur Verteilungsfunktion	
● Empirische Verteilungsfunktion	
● Satz von V.I. Glivenko und F.P. Cantelli	
● Sechs Bemerkungen zur Zufallsvariablen	
● Zwei Übersichten zum Erwartungswert und zur Varianz	
● Rekordzahlen	
13 Der Weg zur Normalverteilung	97
131 Grundgesamtheit und Stichprobe	97
● Urnenmodell	
● Merkmal, Merkmalsträger, Merkmalsausprägung	
● Wiederholbarkeit der Zufallsstichprobe	
● Urnenmodell der Stichprobenentnahme mit Zurücklegen	
● Urnenmodell ohne Zurücklegen	
● Wahrscheinlichkeitsverteilung	
● Parameter und Schätzwerte	
● Nichtzufallsstichproben gestatten keine Verallgemeinerungen!	
● Schwaches und starkes Gesetz der großen Zahlen	
132 Die Erzeugung zufälliger Stichproben	99
● Lotterieverfahren	
● Gebrauch einer Tabelle mit Zufallszahlen	
● Systematische Auswahl mit Zufallsstart	

● Die Erzeugung von Pseudozufallsziffern	
● Die Schlußziffernauswahl	
● Stichproben-Erhebungen	
● Voraussagen	
133 Eine Häufigkeitsverteilung	105
Merkmalsarten	
Häufigkeitsverteilung	
Stabdiagramm	
Klassenbildung und Histogramm	
134 Glockenkurve und Normalverteilung	108
Modell einer Glockenkurve	
Experimentell erzeugte Glockenkurve	
Wahrscheinlichkeitsdichte der Normalverteilung	
Übergang zur Standardnormalverteilung	
Standardnormalverteilung:	
● Wahrscheinlichkeiten (Flächenanteile)	
● Verteilungsfunktion	
● Schranken	
● Einige Beispiele (weitere Beispiele und Ergänzungen folgen in [1367])	
● Weitere Schranken für unterschiedliche Fragestellungen	
Bedeutung der Familie der Normalverteilungen	
Bedeutung als Modell	
Hinweise:	
● Gestutzte Normalverteilung	
● Münze, Würfel und der zentrale Grenzwertsatz	
● Literatur zur Normalverteilung	
● Inverse Normalverteilung	
● Richtungsdaten: Kreis und Kugel	
● Ungleichungen	
135 Abweichungen von der Normalverteilung	122
Abweichungen sind typisch für empirische Verteilungen	
● Transformation?	
● Stichprobentechnik?	
● Hinweis: Qualitätskontrolle	
136 Kennwerte eingipfliger Verteilungen	123
1361 Das Schätzen von Parametern	124
Schätzfunktionen	
1. Vorbemerkungen	
● Der Schluß von den Zufallsvariablen anhand der Stichprobenwerte auf die Grundgesamtheit	
● Was ist ein Parameter?	
● Wie gewinnt man Informationen über unbekannte Parameter?	
2. Das Schätzen eines Parameters anhand einer Zufallsstichprobe	
● Punktschätzung	
● Intervallschätzung	

3. Zur Punktschätzung	
3.1 Schätzwert und Schätzfunktion	
● Bemerkungen	
3.2 Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen	
3.3 Der mittlere quadratische Fehler	
4. Schwaches und starkes Gesetz der großen Zahlen	
1362 Das arithmetische Mittel und die Standardabweichung	130
1363 Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung	131
1364 Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung bei großen Stichprobenumfängen:	
Die Einzelwerte sind in Klassen eingeteilt	133
1365 Das gewogene arithmetische Mittel, die gewogene Varianz und das gewichtete arithmetische Mittel	137
1366 Der Variationskoeffizient	139
1367 Weitere Hinweise und Beispiele zur Normalverteilung	140
1.–5. Beispiele zur Normalverteilung	
6. Das Zeichnen einer angepaßten Normalverteilung	
7. Typisches für eine Normalverteilung	
8. Verteilung einiger Schätzfunktionen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	
9. Erwartungswert und Varianz der Standardnormalverteilung	
10. Approximation für rechtsseitige Wahrscheinlichkeiten der Standardnormalverteilung	
137 Das Wahrscheinlichkeitsnetz	146
138 Weitere Maßzahlen zur Charakterisierung einer eindimensionalen Häufigkeitsverteilung	149
1381 Das geometrische Mittel	150
1382 Das harmonische Mittel	152
1383 Median, Quartile und Dichtemittel	154
1384 Der Standardfehler des arithmetischen Mittels und des Medians	158
1385 Die Spannweite	163
1386 Der Interdezilbereich	165
1387 Schiefe und Wölbung	167
Einfache Schiefemaße	
Ein einfaches Maß für die Wölbung	
Momentenkoeffizient der Schiefe	
Momentenkoeffizient der Wölbung	
139 Die logarithmische Normalverteilung	173
14 Der Weg zum statistischen Test	177
141 Vertrauenswahrscheinlichkeit und Irrtumswahrscheinlichkeit	178
Vertrauensbereich für den Mittelwert μ	
142 Nullhypothese und Alternativhypothese	180
Statistische Hypothesen	
Unwahrscheinliche Münzwürfe	
Das zufällig statistisch signifikante Ergebnis	

143	Fehler 1. Art und Fehler 2. Art	184
	Testentscheidung und Wirklichkeit	
	Deutlich falsche Nullhypotesen sind abzulehnen	
	Tausend Münzwürfe	
144	Das Signifikanzniveau ist nach Möglichkeit vor der Datengewinnung festzulegen	188
	P-Wert und Stern-Symbolik	
145	Der statistische Test	189
	„Tee-Test“Kombinatorik	
	Einstichproben-Gauss-Test	
	Nichtablehnungsbereich für H_0	
	Weiteres zum P-Wert	
	Arten statistischer Tests	
	Stochastik, Tests, Induktion und Deduktion	
146	Einseitige und zweiseitige Tests	195
147	Die Power (Teststärke, Trennschärfe)	196
148	Verteilungsunabhängige Verfahren	201
149	Entscheidungsprinzipien	206
15	Drei wichtige Prüfverteilungen	207
151	Die Student-Verteilung	208
152	Die χ^2 -Verteilung	211
153	Die F-Verteilung	215
154	Grenzfälle der F-Verteilung	225
155	Ergänzungen zu den drei Stichprobenverteilungen	227
	1. Allgemeines zur Stichprobenverteilung	
	2. Die Stichprobenverteilung des Mittelwertes	
	einer Gleich- (Rechteck-) Verteilung sowie beliebiger Verteilungen	
	3. Weitere Stichprobenverteilungen	
	4. Mögliche empirische Berechnung der Prüfgrößen χ^2 , t_v und $F_{v_1; v_2}$	
	anhand von Simulationen	
	5. Definition der Prüfverteilungen χ^2 , t_v und $F_{v_1; v_2}$	
16	Diskrete Verteilungen	232
161	Einiges zur Kombinatorik	233
	1. Permutationen	
	2. k -Permutationen	
	3. Kombinationen	
	Beispiele: B83 bis B99	
	4. Zerlegung einer Menge in Teilmengen	
	Beispiele: B100 bis B104	
	5. Das Pascalsche Dreieck	
	Identitäten zum Pascalschen Dreieck	
	6. Weitere Beispiele und Hinweise	
	Beispiele: B105 bis B138	

- Bemerkungen zur Wahrscheinlichkeit bestimmter Nachbarschaftssituationen in zufälligen Reihenfolgen (B 108 – B 110)
- Batterie-Wechsel (B 111)
- Wahl einer Vorsitzenden (B 112)
- Zum Permutationstest (mit B 113)
- Zum Binomialkoeffizienten
- Würfelbeispiele, die diejenigen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergänzen (B 114 – B 117)
- Münzwurfbeispiele, die diejenigen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergänzen (B 118 – B 120)
- Zahlenlotto (B 121 – B 126)
- Geburtstagsproblem (B 127 – B 131)
- Maschinenausfälle (mit B 132)
- Einsparungen durch Prüfung in Gruppen (mit B 133)
- Wahrscheinlichkeiten für das Pokerspiel (B 134)
- Sekretärinnen-Problem (mit B 135)
- Problem der vertauschten Briefe (mit B 136)
- Urnenmodell: 1 Urne mit N Kugeln. Mit bzw. ohne Zurücklegen (mit B 137)
- Stichprobenauswahl ohne Zurücklegen
- Übersicht über einige spezielle Summen (mit B 138)

162 Die Binomialverteilung	266
Beispiele: B 139 bis B 149	
● Binomialtest (B 150)	
163 Die hypergeometrische Verteilung	279
Beispiele: B 151 bis B 155	
164 Die Poisson-Verteilung	284
Beispiele: B 156 bis B 163	
Wie groß muß Lambda sein, damit das Ereignis mit einer Wahrscheinlichkeit P wenigstens einmal eintritt?	
Wieviel „seltene Ereignisse“ (Auftrittswahrscheinlichkeit $p \leq 0,05$) sind mit $P = 0,95$ in Zufallsstichproben des Umfangs n zu erwarten?	
Vertrauensbereiche für Lambda	
Das Thorndike-Nomogramm	
Approximationen	
165 Vergleich der Mittelwerte von Poisson-Verteilungen	296
Vergleich zweier Buchhalter (B 164)	
Treten mehr Ereignisse auf als in der Regel zu erwarten sind?	
166 Der Dispersionsindex	300
Pferdehufschlagtote (B 165)	
167 Der Multinomialkoeffizient	303
Basketballspiel (B 166)	
Kartenspiel (B 167)	
Wohngemeinschaft (B 168)	
Würfelspiel I (B 169)	

168 Die Multinomialverteilung (Polynomialverteilung)	304
Perlen (B170)	
Würfelspiel II (B171)	
Wahl eines Kandidaten (B172)	
2 Notizen zur Epidemiologie	306
21 Biometrie	306
22 Zur Medizinischen Statistik	307
● Bemerkungen zum Krankengut einer Klinik	
23 Zur Epidemiologie	308
231 Epidemiologie	309
232 Fall-Kontroll-Studie und Kohorten-Studie	310
● Hinweise zu Matched Pairs und zu Panel-Studien	
233 Relatives Risiko und Chancen-Verhältnis (Odds Ratio)	311
234 Angenäherte 95%-Vertrauensbereiche für das Relative Risiko ψ und für das Chancen-Verhältnis (die Odds Ratio) ω	315
235 Der expositionsbedingte Anteil Erkrankter: Population Attributable Risk	316
236 Benötigte Stichprobenumfänge nach Lemeshow, Hosmer und Klar, um das Chancen-Verhältnis (die Odds Ratio) aus Fall- Kontroll-Studien und das Relative Risiko aus Kohorten-Studien zu schätzen, wenn bereits Mutmaßungen über die gesuchten Parameter vorliegen	317
237 Filteruntersuchungen	319
● Risiken falsch negativer Testresultate	
238 Weitere Hinweise: z. B. Störgrößen	320
Literatur:	
● Epidemiologie	
● Kohortenstudien	
● Fall-Kontroll-Studien	
● Klinische Studien/Vergleichsstudien	
24 Drei geschlossene Folgetestpläne	321
● Bross	
● Spicer	
● Cole	
3 Der Vergleich unabhängiger Stichproben gemessener Werte	326
● Spezielle Stichprobenverfahren	
● Der Begriff Vertrauensbereich	
31 Vertrauensbereiche für Mittelwert μ und Median $\tilde{\mu}$	328

311	Vertrauensbereich für den Mittelwert μ	329
●	Stichprobenziehen mit bzw. ohne Zurücklegen	
●	Rückschluß und direkter Schluß	
312	Schätzung von Stichprobenumfängen	332
●	Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung einer Standardabweichung und eines Mittelwertes	
●	Mindestzahl von Beobachtungen für den Vergleich zweier Mittelwerte	
●	Abschätzung der Power	
313	Die mittlere absolute Abweichung (vom Mittelwert), die mittlere absolute Abweichung vom Median und die Median-Deviation	334
●	Literatur zu robusten Schätzungen im Rahmen der parametrischen Statistik	
314	Vertrauensbereich für den Median $\tilde{\mu}$	336
315	Angenäherte verteilungsunabhängige Vertrauensbereiche für beliebige Quantile stetiger Verteilungen	338
316	Zur Theorie der Abschnitte 32 bis 36: Verteilungen wichtiger Stichprobenfunktionen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	338
32	Vergleich eines empirischen Mittelwertes mit dem Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit: Einstichproben- <i>t</i> -Test	341
33	Vergleich einer empirischen Varianz mit ihrem Parameter	344
34	Vertrauensbereich für die Varianz, die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten	345
35	Vergleich zweier empirisch ermittelter Varianzen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	347
1.	Bei kleinem bis mittlerem Stichprobenumfang Verteilungsunabhängige Verfahren, die den <i>F</i> -Test ersetzen	
2.	Bei mittlerem bis großem Stichprobenumfang	
3.	Bei großem bis sehr großem Stichprobenumfang	
36	Vergleich zweier empirischer Mittelwerte aus normalverteilten Grundgesamtheiten	351
1.	Bei unbekannten aber gleichen Varianzen	
	<i>Q</i> -Symbolik	
	Zweistichproben- <i>t</i> -Test	
	Bemerkungen	
	Bereinigter <i>t</i> -Test	
	Gleichheit der Bioverfügbarkeit	
	Vertrauensbereich für $\mu_1 - \mu_2$	
2.	Bei unbekannten Varianzen, die möglicherweise ungleich sind	
	Welch-Ansatz	
	Weir-Ansatz	

3. Drei Bemerkungen zum Mittelwertvergleich	
Benötigter Stichprobenumfang für den Ein- und Zweistichproben- t-Test bei einseitiger Fragestellung	
Vergleich zweier Variationskoeffizienten	
37 Schnelltests, die angenähert normalverteilte Meßwerte voraussetzen	360
371 Vergleich der Streuung zweier kleiner Stichproben	
nach Pillai und Buenaventura	360
372 Vergleich der Mittelwerte zweier kleiner Stichproben nach Lord	361
373 Vergleich der Mittelwerte mehrerer Stichproben gleicher Umfänge	
nach Dixon	362
38 Ausreißerproblem und Toleranzgrenzen	363
Extremwerte	
Ausreißer	
Ausreißertest für normalverteilte Beobachtungen	
Winsorisieren	
Standardisierte Extremabweichung für normalverteilte Beobachtungen	
Toleranzgrenzen	
Toleranzfaktoren für normalverteilte Beobachtungen	
Verteilungsunabhängige Toleranzgrenzen	
Einige Hinweise	
1. Anordnungswerte und Anordnungsstatistik	
2. Trimen, Winsorisieren, Zensieren und Stutzen	
3. Anordnung und Auswahl von Grundgesamtheiten, deren Parameter unbekannt sind: Parametrische und nichtparametrische Rangordnungs- und Auswahlverfahren	
39 Verteilungsunabhängige Verfahren für den Vergleich	
unabhängiger Stichproben	372
Mosteller-Test	
Lage-Test nach Rosenbaum	
Variabilitätstest nach Rosenbaum	
Rangsummentests	
391 Der Rangdispersionstest von Siegel und Tukey	374
392 Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben: Schnelltest nach Tukey	377
393 Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben nach Kolmogoroff und Smirnoff	378
394 Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben: U-Test nach Wilcoxon, Mann und Whitney	380
Hinweis: Einstichproben-Median-Test nach Wilcoxon	
Bemerkung: Prüfung der Lage-Änderung einer Zufallsvariablen	

395 Der Vergleich mehrerer unabhängiger Stichproben: H-Test von Kruskal und Wallis	393
Multiple paarweise Vergleiche mittlerer Ränge	
H-Test mit Stichproben-Untergruppen	
396 Trendtest nach Jonckheere: Vergleich mehrerer geordneter Verteilungsfunktionen oder Mediane	400
4 Weitere Prüfverfahren	403
41 Herabsetzung des Stichprobenfehlers durch gepaarte Beobachtungen: Paarige Stichproben	403
● Blockinterne Vergleiche	
● Standardfehler einer Differenz	
42 Paarweise angeordnete Beobachtungen	405
● Verbundene Stichproben	
● Einige Zweistichprobentests für unabhängige und verbundene Stichproben	
421 Der <i>t</i> -Test für paarweise angeordnete Meßwerte	407
4211 Prüfung des Mittelwertes der Paardifferenzen auf Null	407
● Vertrauensbereich für den Mittelwert μ_d der Paardifferenzen	
4212 Prüfung der Gleichheit zweier Varianzen paariger Stichproben	409
422 Der Wilcoxon-Test für Paardifferenzen	410
● Vertrauensbereich für den Median $\tilde{\mu}_d$ der Paardifferenzen	
423 Der Maximum-Test für Paardifferenzen	413
424 Der Vorzeichentest von Dixon und Mood	414
● Zur Power des Tests	
● Weitere Anwendungen dieses Tests	
● 1. Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben	
● 2. Prüfung der Zugehörigkeit zu einer Grundgesamtheit	
● 3. Prüfung eines Trends	
Modelle und ihre Anpassung an Daten	
43 Die Prüfung von Verteilungen mit dem χ^2 -Anpassungstest	420
431 Vergleich von beobachteten Häufigkeiten mit Spaltungsziffern	421
432 Vergleich einer empirischen Verteilung mit einer Gleichverteilung ..	422
433 Vergleich einer empirischen Verteilung mit einer Normalverteilung ..	422
● Zahlreiche Hinweise	
434 Vergleich einer empirischen Verteilung mit einer Poisson-Verteilung ..	426
44 Der Kolmogoroff-Smirnoff-Test für die Güte der Anpassung	426
● Lilliefors-Modifikation nach: Dallal und Wilkinson Mason und Bell	

● Anpassung an eine Poisson-Verteilung	
● Angabe des 95%-Vertrauensbereiches für die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen	
45 Die Häufigkeit von Ereignissen	432
451 Vertrauensgrenzen einer beobachteten Häufigkeit bei binomialverteilter Grundgesamtheit. Der Vergleich einer relativen Häufigkeit mit dem zugrundeliegenden Parameter	433
● Prozentangaben	
● Vertrauensbereich für π :	
exakte bzw. kleine Tabelle	
Approximationen	
Sonderfälle, mit kleiner Tabelle	
● Vergleich zweier relativer Häufigkeiten	
$\hat{\pi}_1$ mit π : d.h. π_1 mit π	
$\hat{\pi}_1$ mit $\hat{\pi}_2$: d.h. π_1 mit π_2	
$H_0: \pi_1 - \pi_2 = d_0$ gegen $H_A: \pi_1 - \pi_2 \neq d_0$	
452 Schnellschätzung der Vertrauensgrenzen einer beobachteten relativen Häufigkeit nach Clopper und Pearson	443
453 Schätzung des Mindestumfanges einer Stichprobe bei ausgezählten Werten	444
454 Der Vertrauensbereich für den Mittelwert λ einer Poisson-Verteilung ..	446
455 Vergleich zweier Häufigkeiten: die Prüfung, ob sie in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen	448
46 Die Auswertung von Vierfeldertafeln	448
● Analyse kategorialer Daten	
461 Der Vergleich zweier Prozentsätze – die Analyse von Vierfeldertafeln	449
● Proportionalität zu den Randsummen?	
● Homogenität bzw. Unabhängigkeit?	
● Welche Formel: $\hat{\chi}^2$ oder $\hat{\chi}^2_*$?	
● Variationsbereich für $\hat{\chi}^2_*$	
● Drei χ^2 -Tabellen für einen Freiheitsgrad	
● Minimales n für den Vierfeldertest	
● Vorsicht vor Trugschlüssen	
● G-Test nach Woolf	
462 Mehrfache Anwendung des Vierfelder- χ^2 -Tests	465
● Weitere Hinweise	
463 Der von McNemar modifizierte Vorzeichentest	467
● Praktische Relevanz des Tests	
● Unabhängiger oder verbundener Ansatz?	
● Der Kappa-Index	
464 Die additive Eigenschaft von χ^2	473
● Meta-Analyse	

465 Die Kombination von Vierfeldertafeln	473
466 Der Kontingenzkoeffizient von Pearson	476
467 Der sogenannte „exakte Test“ von R. A. Fisher auf Unabhängigkeit, zugleich eine Approximation für den Vergleich der Grundwahrscheinlichkeiten zweier Binomialverteilungen aufgrund kleiner bis sehr kleiner Stichprobenumfänge	477
● Approximation nach Gart	
● Rekursionsformel	
● Weitere Hilfsmittel	
47 Prüfung der Zufallsmäßigkeit einer Folge von Alternativdaten oder von Meßwerten	480
471 Die sukzessive Differenzenstreuung	481
472 Der Iterationstest für die Prüfung, ob eine Folge von Alternativdaten oder von Meßwerten zufallsgemäß ist	482
473 Phasenhäufigkeitstest von Wallis und Moore	484
48 Prüfung einer Zeitreihe auf Trendänderung: Der Vorzeichen-Trendtest von Cox und Stuart	486
● Literaturhinweise: Zur Zeitreihenanalyse, Glättung, Entdeckung von Lageänderungen und zur „Klumpung“ von Krankheiten	
5 Abhängigkeitsmaße: Korrelation und Regression	489
51 Vorbemerkung und Übersicht	489
● Streuung und Form einer Punktwolke	
● Der Korrelationskoeffizient als lineares Abhängigkeitsmaß	
● Übersicht zur Korrelationsanalyse	
● Übersicht zur Regressionsanalyse	
● Stärke und Art einer linearen Abhängigkeit	
● Voraussetzungen des Korrelationskoeffizienten	
● Etwas Theorie: Kovarianz und Korrelationskoeffizient	
1. Einführendes zur Kovarianz	
2. Einiges zur Kovarianz-Algebra	
3. Der Korrelationskoeffizient als normierte Kovarianz Hinweise	
1. Negative Korrelation zwischen Ausgangswert und Zuwachs	
2. Korrelation zwischen einer Differenz und einer weiteren Variablen	
4. Unkorreliertheit und stochastische Unabhängigkeit	
5. Regression und Korrelation: zweidimensional normalverteilte Zufallsvariablen	
● Die Gleichung der geraden Linie Zwei Punkte reichen?	
● Beide Regressionsgeraden einer zweidimensionalen Normalverteilung	
● Bestimmtheitsmaß und Restvarianz	

● Zerlegung der Summe der Abweichungsquadrate insgesamt in zwei Anteile	
● Beide Variablen fehlerbehaftet	
1. Bartlett-Verfahren	
2. Kerrich-Verfahren	
52 Typisierung korrelativer Zusammenhänge	507
53 Verteilungsunabhängige Abhängigkeitsmaße	510
531 Der Spearmansche Rang-Korrelationskoeffizient	511
532 Quadrantenkorrelation	515
533 Der Eckentest nach Olmstead und Tukey	517
54 Schätzverfahren	518
541 Schätzung des Korrelationskoeffizienten,	518
● der ungeeignet ist für einen Vergleich zweier Methoden,	
● der dann, wenn eines der beiden Merkmale alternativ-verteilt ist, durch die punktbiseriale Korrelation ersetzt wird	
542 Schätzung beider Regressionsgeraden	519
543 Schätzung einiger Standardabweichungen	524
● Restvarianz und Bestimmtheitsmaß	
● zur Residualanalyse	
● zum Kalibrierungsproblem	
544 Schätzung des Korrelationskoeffizienten und der Regressionsgeraden aus einer Korrelationstabelle	530
● Rechenschema für Regression und Korrelation	
● Schema zur varianzanalytischen Prüfung der Regression	
545 Der Vertrauensbereich für den Korrelationskoeffizienten ϱ	535
55 Prüfverfahren	537
551 Prüfung des Vorhandenseins einer Korrelation sowie einige Vergleiche	537
● $\varrho = \text{Null?}$	
● $\varrho = \varrho_0?$	
● $\varrho_{1,2} = \varrho_{1,3}?$	
● $\bar{\varrho} = \text{Null?}$	
● n zur Schätzung von ϱ	
● 95%-Vertrauensbereich für ϱ	
552 Weitere Anwendungen der z -Transformation	542
● $\varrho_1 = \varrho_2?$	
● $\bar{\varrho} = \text{Null?}$	
● $\varrho_1 = \varrho_2 = \dots = \varrho_k = \varrho?$	
● 95%-Vertrauensbereich für den gemeinsamen Parameter ϱ	

553 Prüfung der Linearität einer Regression	547
● Mehr y - als x -Werte	
● Korrelationstabelle	
● Voraussetzungen der Regressionsanalyse	
554 Prüfung des Regressionskoeffizienten gegen Null	551
555 Prüfung der Differenz zwischen einem geschätzten und einem hypothetischen Regressionskoeffizienten	551
556 Prüfung der Differenz zwischen einem geschätzten und einem hypothetischen Achsenabschnitt	552
557 Vertrauensgrenzen für den Regressionskoeffizienten, für den Achsenabschnitt und für die Restvarianz	552
558 Vergleich zweier Regressionskoeffizienten und zweier Achsenabschnitte	553
● Hinweis zum Standardfehler der Differenz	
● Vertrauensbereich für die Differenz beider Regressionskoeffizienten	
● Der Schnittpunkt beider Geraden	
● Gemeinsamer Regressionskoeffizient	
● Der Vergleich zweier Achsenabschnitte	
559 Vertrauensbereiche für die Regressionsgerade	556
● für die gesamte Regressionsgerade	
● für den Erwartungswert von Y an der Stelle $X = x$	
● Der Voraussagebereich für eine zukünftige Beobachtung Y an der Stelle $X = x$	
● Literaturhinweise zur Korrelationsanalyse und Regressionsanalyse	
56 Nichtlineare Regression	560
● Die allgemeine Gleichung zweiten Grades	
● Drei Bemerkungen zur nichtlinearen Regression	
● Die Exponentialfunktion	
● Exakte und approximierte Normalgleichungen wichtiger Funktionsgleichungen	
● Literatur zur nichtlinearen Regression	
● Einige Kurvenformen	
57 Einige linearisierende Transformationen	567
● Modifizierte und erweiterte Natrella-Übersicht	
● Linearisierung gekrümmter Punktwolken	
58 Partielle und multiple Korrelationen und Regressionen	570
● Partieller Korrelationskoeffizient	
● Multipler Korrelationskoeffizient	
● Einfachste multiple lineare Regression	
● Literatur zur multiplen Regressionsanalyse	
● Literatur zu linearen Modellen	
● Literatur zur Wirkungsf lächen-Erkundung	
● Literatur zu Dosis-Wirkungs-Studien	
● Literatur zur multiplen logistischen Regression	
● Multivariate Methoden: Datenmatrix	
● Weitere Literaturhinweise zu multivariaten statistischen Methoden	

6 Die Auswertung von Mehrfeldertafeln	579
61 Vergleich mehrerer Stichproben von Alternativdaten und die Analyse einer $k \cdot 2$ -Felder-Kontingenztafel	580
611 Der $k \cdot 2$ -Felder- χ^2 -Test nach Brandt und Snedecor	580
● Scoring I (Homogenitätstest)	
612 Der Vergleich zweier unabhängiger empirischer Verteilungen von Häufigkeitsdaten nach Brandt-Snedecor	584
613 Zerlegung der Freiheitsgrade einer $k \cdot 2$ -Feldertafel	585
614 Prüfung einer $k \cdot 2$ -Feldertafel auf Trend: Der Anteil der linearen Regression an der Gesamtvariation	589
62 Die Analyse von Zweiwegtafeln des Typs $r \cdot c$	592
621 Prüfung auf Unabhängigkeit oder Homogenität	592
● Wie klein dürfen die Erwartungshäufigkeiten sein?	
● Drei Modelle für eine $r \cdot c$ -Tafel	
● $\hat{\chi}^2$ -Variationsbereich	
● Scoring II (Homogenitätstest)	
● Erfassung homogener Merkmalskombinationen	
● Mehrfache Anwendung von Tests auf denselben Datenkörper	
● $\hat{\chi}^2$ -Zerlegung kleiner Mehrfeldertafeln	
● Literatur zur Kontingenztafelanalyse	
622 Prüfung der Stärke des Zusammenhangs zwischen zwei kategorial aufgegliederten Merkmalen. Der Vergleich mehrerer Kontingenztafeln hinsichtlich der Stärke des Zusammenhangs anhand des korrigierten Kontingenzkoeffizienten nach Pawlik	601
623 Prüfung auf Trend: Der Anteil der linearen Regression an der Gesamtvariation. Der Vergleich der Regressionskoeffizienten einander entsprechender Mehrfeldertafeln	603
624 Prüfung quadratischer Mehrfeldertafeln auf Symmetrie	606
● Q -Test nach Cochran	
625 Der Einsatz der Informationsstatistik für die Prüfung von Mehrfeldertafeln auf Unabhängigkeit oder Homogenität	608
● Prüfung auf Gleichverteilung	
7 Varianzanalytische Methoden	612
71 Vorbemerkung und Übersicht	612
72 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen	613
721 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen gleichgroßer Stichprobengruppen nach Hartley	613
722 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Cochran	614
723 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen gleicher oder unterschiedlich großer Stichprobengruppen nach Bartlett	616

73 Einfache Varianzanalyse	618
731 Varianzanalytischer Vergleich mehrerer Mittelwerte	618
● Benötigte Stichprobenumfänge	
● Spannweiten-Ansätze	
732 Beurteilung linearer Kontraste nach Scheffé	626
● Williams-Ansatz	
● Modifizierter LSD-Test	
733 Transformationen	631
74 Zweifache und dreifache Varianzanalyse	634
741 Varianzanalyse für die dreifache (bzw. zweifache) Klassifizierung mit 2ab Beobachtungen	634
● Bemerkungen zu den Eisenhart-Modellen	
742 Multiple Vergleiche von Mittelwerten nach Scheffé, nach Student-Newman-Keuls und nach Tukey	649
● Tukey-Kramer-Verfahren	
● Games-Howell-Verfahren	
● Benötigte Stichprobenumfänge für die Blockvarianzanalyse	
743 Zweifache Varianzanalyse mit einer Beobachtung pro Zelle: Modell ohne Wechselwirkung	654
● Hinweise zur Varianzanalyse	
75 Varianzanalytische Schnelltests	658
751 Varianzanalytischer Schnelltest und multiple Vergleiche von Mittelwerten nach Link und Wallace	658
752 Multiple Vergleiche unabhängiger Stichproben nach Nemenyi	662
76 Rangvarianzanalyse für mehrere verbundene Stichproben	664
761 Friedman-Test: Doppelte Zerlegung mit einer Beobachtung pro Zelle ..	664
762 Multiple Vergleiche verbundener Stichproben nach Wilcoxon und Wilcox	673
763 Page-Test für geordnete Alternativen, die auf Friedman-Rangsummen basieren	675
77 Prinzipien der Versuchsplanung	677
● Experimente	
● Vergleichbarkeit und Verallgemeinerungsfähigkeit	
● Wiederholung, Randomisierung und Blockbildung	
● Zur Ausschaltung von Störgrößen	
● Beispiele zur Randomisierung	
● Hinweis: Einfache Versuchspläne	
● Literatur zur Versuchsplanung	
● Literatur zu Gruppen-Perioden-Versuchsplänen	
Fünf Jahreszahlen zur Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik	688

Benutztes Schrifttum und weiterführende Literatur	689
I. Literaturverzeichnis mit einigen Arbeiten aus der 1. bis 6. Auflage	
II. Literaturverzeichnis zur 7. Auflage	
Übungsaufgaben	740
Lösungen der Übungsaufgaben	747
Eine Auswahl englischer Fachausdrücke	752
Namenverzeichnis	754
Sachverzeichnis	768