

# **Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Ingenieure**

Von Prof. Hubert Weber  
Fachhochschule Regensburg

3., überarbeitete und erweiterte Auflage  
Mit zahlreichen Bildern, Tabellen  
sowie Beispielen und Übungen mit Lösungen



B. G. Teubner Stuttgart 1992

# Inhalt

## 1 Wahrscheinlichkeitsrechnung

1.1	Wahrscheinlichkeitsbegriff	11
1.1.1	Zufällige Ereignisse	11
1.1.2	Relative Häufigkeit	15
1.1.3	Wahrscheinlichkeitsraum	15
1.1.4	Laplace'scher oder Klassischer Wahrscheinlichkeitsraum	19
1.1.5	Statistische Wahrscheinlichkeit	22
1.1.6	Geometrische Wahrscheinlichkeit	24
1.2	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	26
1.2.1	Additionssatz	26
1.2.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	28
1.2.3	Multiplikationssatz	30
1.2.4	Stochastische Unabhängigkeit	32
1.2.5	Mehrstufige Zufallsexperimente	37
1.2.6	Totale Wahrscheinlichkeit, Formel von Bayes	40
1.3	Kombinatorik	45
1.3.1	Permutationen	45
1.3.2	Stichproben vom Umfang $n$ aus einer Grundmenge von $N$ Elementen	47
1.4	Zufallsgrößen	54
1.4.1	Allgemeines	54
1.4.2	Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsgröße	54
1.4.3	Dichtefunktion und Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsgröße	58
1.4.4	Stochastische Unabhängigkeit von Zufallsgrößen	62
1.4.5	Erwartungswert einer Zufallsgröße	64
1.4.6	Mittelwert und Varianz einer Zufallsgröße	68
1.4.7	Momente und charakteristische Funktion einer Verteilung	72
1.5	Einige wichtige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	76
1.5.1	Binomialverteilung	76
1.5.2	Poisson-Verteilung	81
1.5.3	Hypergeometrische Verteilung	88

## 8 Inhalt

1.5.4	Mehrdimensionale diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	92
1.5.5	Normalverteilung	94
1.5.6	Logarithmische Normalverteilung	100
1.5.7	Gammaverteilung	102
1.5.8	Betaverteilung	105
1.5.9	Grundbegriffe der Zuverlässigkeitstheorie, Weibullverteilung	106
1.5.10	Hjort - Verteilung	110
1.6	Grenzwertsätze	113
1.6.1	Wiederholung schon behandelter Grenzwertsätze	113
1.6.2	Zentraler Grenzwertsatz	114
1.6.3	Gesetze der großen Zahlen	120
<b>2</b>	<b>Grundlagen stochastischer Prozesse</b>	
2.1	Einführung	125
2.2	Markoffketten	126
2.2.1	Grundbegriffe	126
2.2.2	Homogene Markoffketten	128
2.2.3	Äquivalenzklassen einer Markoffkette	139
2.2.4	Asymptotisches Verhalten einer endlichen Markoffkette	144
2.3	Stochastische Prozesse mit stetigem Parameterraum	151
2.3.1	Poisson-Prozeß	151
2.3.2	Geburt- und Todprozesse	159
2.3.3	Warteschlangen	161
<b>3</b>	<b>Einführung in die Informationstheorie</b>	
3.1	Entropie	173
3.1.1	Unsicherheit eines Zufallsexperiments	173
3.1.2	Entropie zusammengesetzter Versuche	181
3.2	Information	185
3.2.1	Grundlagen	185
3.2.2	Stationäre diskrete Nachrichtenquellen	186
3.2.3	Diskrete Nachrichtenkanäle	196
3.3	Grundlagen der Codierungstheorie	203
3.3.1	Einführung	203

3.3.2	Quellencodierung .....	204
3.3.3	Kanalcodierung .....	211
3.3.4	Lineare Codes .....	217
<b>4</b>	<b>Beschreibende Statistik</b>	
4.1	Meßniveau von Daten .....	229
4.2	Empirische Verteilung eines Merkmals .....	231
4.2.1	Häufigkeitstabelle, Histogramm .....	231
4.2.2	Maßzahlen einer monovariablen Verteilung .....	233
4.3	Empirische Häufigkeitsverteilung von zwei Merkmalen .....	237
4.3.1	Darstellung bivariabler Verteilungen .....	238
4.3.2	Maßzahlen bivariabler Verteilungen .....	239
<b>5</b>	<b>Beurteilende Statistik</b>	
5.1	Stichprobenfunktionen .....	249
5.1.1	Grundlagen .....	249
5.1.2	Arithmetisches Mittel $\bar{X}$ .....	251
5.1.3	Stichprobenvarianz $S^2$ .....	253
5.1.4	$\chi^2$ - Verteilung .....	253
5.1.5	t - Verteilung .....	258
5.1.6	F - Verteilung .....	260
5.2	Statistische Schätzverfahren .....	263
5.2.1	Schätzfunktionen, Punktschätzungen .....	263
5.2.2	Bestimmung von Schätzfunktionen .....	265
5.2.3	Intervallschätzungen, Konfidenzintervalle .....	270
5.2.4	Prognoseintervalle .....	280
5.3	Statistische Prüfverfahren .....	284
5.3.1	Grundbegriffe .....	284
5.3.2	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung .....	289
5.3.3	Prüfen einer Hypothese über den Anteilswert p .....	297
5.3.4	Prüfen einer Hypothese über die Varianz einer $\sigma^2$ Normalverteilung .....	300
5.3.5	Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit der Varianzen zweier unabhängiger Normalverteilungen .....	302

## 10 Inhalt

5.3.6	Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit von Mittelwerten zweier unabhängiger Normalverteilungen .....	305
5.3.7	Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit von Anteilswerten zweier unabhängiger Grundgesamtheiten .....	313
5.3.8	Prüfen einer Hypothese über das Verteilungsgesetz .....	315
	I. $\chi^2$ - Test .....	315
	II. Prüfen auf Normalverteilung .....	320
	III. Kolmogorow - Smirnow - Anpassungstest .....	324
	IV. Test auf Unabhängigkeit in Mehrfeldertafeln .....	327
5.3.9	Einführung in die einfache Varianzanalyse .....	332
5.3.10	Verteilungsfreie Tests .....	338
	I. Vorzeichentest .....	338
	II. Vorzeichen - Rangtest von Wilcoxon .....	344
	III. Mann - Whitney - Test (U - Test) .....	349
	IV. Kruskal - Wallis - Test .....	353
5.4	Korrelation von Merkmalen .....	359
5.4.1	Grundlagen .....	359
5.4.2	Prüfen von Hypothesen über den Korrelationskoeffizienten .....	360
5.4.3	Konfidenzintervalle für den Korrelationskoeffizienten .....	364
5.5	Lineare Regression .....	367
5.5.1	Grundbegriffe .....	367
5.5.2	Schätzwerte und Konfidenzintervalle .....	368
5.5.3	Prüfen einer Hypothese über den Regressionskoeffizienten .....	376
6	<b>Anhang</b>	
6.1	Zahlentabellen .....	378
6.2	Lösungen zu den Übungsaufgaben .....	398
6.3	Liste der verwendeten Formelzeichen bzw. Symbole .....	411
6.4	Literaturverzeichnis .....	412
6.5	Sachverzeichnis .....	414