

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
Aufgaben	7
1 Lineare Gleichungssysteme	9
1.1 Beispiele	10
Aufgaben	13
1.2 Einige Grundlagen	15
1.2.1 Vektor- und Matrixnormen	15
1.2.2 Die Kondition einer Matrix	25
1.2.3 Elementarmatrizen	28
Aufgaben	31
1.3 Das Gaußsche Eliminationsverfahren	33
1.3.1 Das Prinzip des Gaußschen Eliminationsverfahrens	33
1.3.2 Die LR -Zerlegung	35
1.3.3 Die LR -Zerlegung von Tridiagonalmatrizen	40
1.3.4 Das Gauß-Jordan-Verfahren	43
Aufgaben	47
1.4 Die Cholesky-Zerlegung	49
Aufgaben	51
1.5 Die QR -Zerlegung	53
1.5.1 Definition und Motivation	53
1.5.2 Die QR -Zerlegung nach Householder	55
1.5.3 Die QR -Zerlegung nach Givens	58
Aufgaben	62
1.6 Lineare Ausgleichsprobleme	64
1.6.1 Einige Grundlagen	64
1.6.2 Die Singulärwertzerlegung einer Matrix	66
1.6.3 Die Pseudoinverse einer Matrix	71
1.6.4 Störung linearer Ausgleichsprobleme	74
Aufgaben	79
2 Nichtlineare Gleichungssysteme	81
2.1 Einführung	81
Aufgaben	84
2.2 Allgemeine Konvergenzsätze	85

2.2.1	Der Banachsche Fixpunktsatz	86
2.2.2	Lipschitzstetige Abbildungen	91
2.2.3	Ein lokaler Konvergenzsatz	95
2.2.4	Die Konvergenzordnung eines Iterationsverfahrens	96
	Aufgaben	98
2.3	Das Newton-Verfahren	101
2.3.1	Motivation und lokale Konvergenz des Newton-Verfahrens . . .	101
2.3.2	Quasi-Newton-Verfahren	106
2.3.3	Die Berechnung der Nullstellen eines Polynoms	114
	Aufgaben	118
2.4	Iterationsverfahren bei linearen Gleichungssystemen	123
2.4.1	Ein allgemeiner Konvergenzsatz	123
2.4.2	Das Gesamt- und das Einzelschrittverfahren, Relaxationsverfahren	125
	Aufgaben	132
3	Interpolation	135
3.1	Interpolation durch Polynome	136
3.1.1	Existenz, Eindeutigkeit und Darstellung des Interpolationspolynoms	136
3.1.2	Der Interpolationsfehler	140
3.1.3	Hermite-Interpolation	141
	Aufgaben	143
3.2	Trigonometrische Interpolation	145
3.2.1	Problemstellung, Existenz und Eindeutigkeit des trigonometrischen Interpolationspolynoms	145
3.2.2	Das trigonometrische Interpolationspolynom bei äquidistanten Stützstellen	147
3.2.3	Die schnelle Fourier-Transformation (FFT)	149
	Aufgaben	157
3.3	Interpolation durch Splines	160
3.3.1	Einführung	160
3.3.2	Existenz, Eindeutigkeit und Extremaleigenschaften interpolierender Splines ungeraden Grades	163
3.3.3	Die Berechnung interpolierender kubischer Splines	166
3.3.4	Fehlerabschätzungen für interpolierende Splines	172
3.3.5	B-Splines	176
	Aufgaben	191
3.4	Darstellung von Kurven	196
3.4.1	Einführung	196
3.4.2	Bézier-Kurven	199
3.4.3	B-Spline-Kurven	209
	Aufgaben	214

4	Numerische Integration	219
4.1	Einführung	219
4.1.1	Übersicht	219
4.1.2	Restglieddarstellung mit Hilfe des Peano-Kerns	221
	Aufgaben	223
4.2	Interpolations-Quadraturformeln	224
4.2.1	Einfache Grundlagen	224
4.2.2	Die Newton-Cotes-Formeln	226
	Aufgaben	230
4.3	Quadraturformeln vom Gaußschen Typ	230
4.3.1	Existenz und Eindeutigkeit, Fehlerdarstellung	230
4.3.2	Orthogonalpolynome zu gegebener Gewichtsfunktion	235
4.3.3	Die Gauß-Legendre- und die Gauß-Tschebyscheff-Formeln	239
	Aufgaben	242
4.4	Das Romberg-Verfahren	243
4.4.1	Motivation, Euler-Maclaurinsche Summenformel	243
4.4.2	Extrapolationsverfahren	250
	Aufgaben	257
4.5	Ergänzungen	257
4.5.1	Konvergenz von Quadraturverfahren	258
4.5.2	Integrale mit Singularitäten, Integration über ein unendliches Intervall	260
4.5.3	Adaptive Quadraturverfahren	264
	Aufgaben	267
	Literaturverzeichnis	269
	Index	277