

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen

1	Aussagen	3
1.1	Definition und Beispiele	3
1.2	Verknüpfungen von Aussagen	5
1.3	Tautologie und Kontradiktion	10
1.4	Aussageformen	14
1.5	Aussagen mit Quantoren	16
2	Mengen und Mengenoperationen	19
2.1	Mengen	19
2.2	Gleichheit von Mengen	22
2.3	Komplementäre Mengen	24
2.4	Die leere Menge	25
2.5	Teilmenge und Obermenge	26
2.6	Potenzmenge und Mengenfamilien	28
2.7	Vereinigung, Durchschnitt und Differenz von Mengen	30
2.8	Produkt von Mengen	35
2.9	Weitere Rechenregeln für Mengenoperationen	39
3	Mathematisches Beweisen	41
4	Relationen	47
4.1	Definition und erste Beispiele	47
4.2	Operationen auf Relationen	52
4.3	Wichtige Eigenschaften von Relationen	55
4.4	Äquivalenzrelationen und Klasseneinteilung	58
4.5	Rechnen mit Äquivalenzrelationen	64
4.6	Halb Ordnungsrelationen	68
5	Abbildungen und Funktionen	73
5.1	Definition und erste Beispiele	73
5.2	Surjektive, injektive und bijektive Abbildungen	78

5.3	Folgen und Mengenfamilien	84
5.4	Kardinalität von Mengen	87
	Literatur	91

Teil II Techniken

6	Grundlegende Beweisstrategien	95
6.1	Direkter Beweis	96
6.2	Beweis durch Kontraposition	98
6.3	Widerspruchs-Beweis	99
6.4	Äquivalenzbeweis	100
6.5	Beweis atomarer Aussagen	101
6.6	Beweis durch Fallunterscheidung	103
6.7	Beweis von Aussagen mit Quantoren	105
6.8	Kombinatorischer Beweis	109
7	Vollständige Induktion	113
7.1	Idee der vollständigen Induktion	114
7.2	Beispiele für Induktionsbeweise	115
7.3	Struktur von Induktionsbeweisen	118
7.4	Verallgemeinerte vollständige Induktion	120
7.5	Induktive Definitionen	121
8	Zählen	131
8.1	Grundlegende Zählprinzipien	131
8.2	Permutationen und Binomialkoeffizienten	136
8.3	Rechnen mit Binomialkoeffizienten	141
9	Diskrete Stochastik	151
9.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten	151
9.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	160
9.3	Zufallsvariablen	162
9.4	Binomial-Verteilung und geometrische Verteilung	169
	Literatur	173

Teil III Strukturen

10	Boole'sche Algebra	177
10.1	Schaltfunktionen und Ausdrücke	178
10.2	Definition der Boole'schen Algebra	184
10.3	Beispiele Boole'scher Algebren	186
10.4	Eigenschaften Boole'scher Algebren	192
10.5	Halbordnungen in einer Boole'schen Algebra	196
10.6	Atome	199

10.7	Normalformen für Boole'sche Ausdrücke	202
10.8	Minimierung Boole'scher Ausdrücke	205
10.9	Der Isomorphie-Satz	207
10.10	Schaltkreis-Algebra	211
11	Graphen und Bäume	219
11.1	Grundbegriffe	220
11.2	Wege und Kreise in Graphen	227
11.3	Graphen und Matrizen	233
11.4	Isomorphismen auf Graphen	240
11.5	Bäume	244
12	Aussagenlogik	251
12.1	Boole'sche Algebra und Aussagenlogik	251
12.2	Normalformen	257
12.3	Erfüllbarkeitsäquivalente Formeln	259
12.4	Unerfüllbare Klauselmengen	264
12.5	Erfüllbarkeit von Hornklauseln	268
12.6	Resolution	270
12.7	Klauselmengen in 2KNF	278
13	Modulare Arithmetik	283
13.1	Die Teilbarkeitsrelation	284
13.2	Modulare Addition und Multiplikation	288
13.3	Modulares Rechnen	292
13.4	Größter gemeinsamer Teiler und der Algorithmus von Euklid	297
13.5	Der kleine Satz von Fermat	301
13.6	Verschlüsselung mit dem kleinen Satz von Fermat	305
13.7	Das RSA-Verfahren	311
	Literatur	313
	Symbolverzeichnis	315