

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Algebra im Alltag	1
1.1	Der PageRank-Algorithmus	1
1.2	Schadenfreiheitsklassen in der Kraftfahrzeug-Versicherung	3
1.3	Produktionsplanung in einem verarbeitenden Betrieb	4
1.4	Lineare Regression	6
1.5	Schaltkreissimulation	7
2	Mathematische Grundbegriffe	9
2.1	Mengen und Aussagen	9
2.2	Abbildungen	16
2.3	Relationen	21
2.4	Vollständige Induktion	24
	Aufgaben	25
3	Algebraische Strukturen	29
3.1	Gruppen	30
3.2	Ringe	32
3.3	Körper	37
	Aufgaben	40
4	Matrizen	45
4.1	Grundlegende Definitionen und Operationen	45
4.2	Matrizengruppen und -ringe	53
	Aufgaben	59
5	Die Treppennormalform und der Rang von Matrizen	63
5.1	Elementarmatrizen	63
5.2	Die Treppennormalform und der Gauß'sche Algorithmus	65
5.3	Rang und Äquivalenz von Matrizen	75
	Aufgaben	80
6	Lineare Gleichungssysteme	83
	Aufgaben	89
		XV

7	Determinanten von Matrizen	91
7.1	Definition der Determinante	91
7.2	Einige Eigenschaften der Determinante	95
7.3	Minoren und die Laplace-Entwicklung	102
	Aufgaben	108
8	Das charakteristische Polynom und Eigenwerte von Matrizen	113
8.1	Das charakteristische Polynom und der Satz von Cayley-Hamilton	113
8.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	118
8.3	Eigenvektoren stochastischer Matrizen	121
	Aufgaben	124
9	Vektorräume	127
9.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	127
9.2	Basen und Dimension von Vektorräumen	131
9.3	Koordinaten und Basisübergang	140
9.4	Beziehungen zwischen Vektorräumen und ihren Dimensionen	145
	Aufgaben	149
10	Lineare Abbildungen	153
10.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	153
10.2	Lineare Abbildungen und Matrizen	163
	Aufgaben	171
11	Linearformen und Bilinearformen	175
11.1	Linearformen und Dualräume	175
11.2	Bilinearformen	181
11.3	Sesquilinearformen	187
	Aufgaben	190
12	Euklidische und unitäre Vektorräume	195
12.1	Skalarprodukte und Normen	195
12.2	Orthogonalität	201
12.3	Das Vektor-Produkt im $\mathbb{R}^{3,1}$	215
	Aufgaben	217
13	Adjungierte lineare Abbildungen	221
13.1	Adjungierte in endlichdimensionalen K -Vektorräumen	221
13.2	Adjungierte in endlichdimensionalen euklidischen und unitären Vektorräumen	224
	Aufgaben	232

14	Eigenwerte von Endomorphismen	235
14.1	Grundlegende Definitionen und Eigenschaften	235
14.2	Diagonalisierung	240
14.3	Triangulierung und der Satz von Schur	245
	Aufgaben	249
15	Polynome und der Fundamentalsatz der Algebra	253
15.1	Polynome	253
15.2	Der Fundamentalsatz der Algebra	261
	Aufgaben	268
16	Die Jordan- und Frobenius-Normalform	271
16.1	Zyklische f -invariante Unterräume und Dualität	271
16.2	Die Jordan-Normalform	278
16.3	Das Minimalpolynom und die Frobenius-Normalform	285
16.4	Berechnung der Jordan-Normalform	294
	Aufgaben	301
17	Matrixfunktionen und Differenzialgleichungssysteme	305
17.1	Matrixfunktionen und die Matrix-Exponentialfunktion	305
17.2	Systeme linearer gewöhnlicher Differenzialgleichungen	316
	Aufgaben	324
18	Spezielle Klassen von Endomorphismen	327
18.1	Normale Endomorphismen	327
18.2	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	333
18.3	Selbstadjungierte Endomorphismen	338
	Aufgaben	349
19	Die Singulärwertzerlegung	353
	Aufgaben	361
20	Das Kronecker-Produkt und lineare Matrixgleichungen	363
	Aufgaben	371
A	MATLAB Kurzeinführung	373
B	Matrixzerlegungen	377
C	Das griechische Alphabet	379
D	Literatur	381
	Weiterführende Literatur	385
	Stichwortverzeichnis	387