

Inhalt

Vorwort — V

Vorwort zur 2. Auflage — VII

Vorwort zur 3. Auflage — IX

Einleitung — 1

| | |
|----------|--|
| 1 | Die Zahlbereiche \mathbb{N}, \mathbb{Z} und \mathbb{Q} — 5 |
| 1.1 | Natürliche Zahlen — 5 |
| 1.2 | Ganze Zahlen — 8 |
| 1.3 | Teilbarkeit in \mathbb{Z} — 10 |
| 1.4 | Brüche und Rationale Zahlen — 11 |
| 1.5 | Division mit Rest — 13 |
| 1.6 | Gekürzte Brüche — 16 |
| 1.7 | Vollständige Induktion — 18 |
| 1.8 | Die vollständige Ganz-Abgeschlossenheit von \mathbb{Z} — 21 |
| 2 | Primzahlen — 25 |
| 2.1 | Primzahlen — 26 |
| 2.2 | Fundamentalsatz der elementaren Zahlentheorie — 28 |
| 2.3 | Euklidischer Algorithmus — 33 |
| 2.4 | Lineare Kongruenzen und eulersche φ -Funktion — 41 |
| 2.5 | Lineare diophantische Gleichungen — 55 |
| 2.6 | Fermatsche und mersennesche Zahlen — 64 |
| 2.7 | Vollkommene Zahlen — 69 |
| 3 | Die Zahlbereiche \mathbb{R} und \mathbb{C} — 76 |
| 3.1 | Reelle Zahlen — 76 |
| 3.2 | Komplexe Zahlen — 86 |
| 3.3 | Algebraische und transzendentale Zahlen — 92 |
| 3.4 | Spezielle algebraische Zahlen — 101 |
| 3.5 | k -adische Brüche — 103 |
| 3.6 | Kettenbruchdarstellungen — 111 |
| 3.6.1 | Allgemeine Kettenbrüche — 111 |
| 3.6.2 | Reguläre Kettenbrüche — 118 |
| 3.7 | Irrationalitätsbeweise — 143 |
| 3.8 | Transzendenzbeweis von e — 148 |

| | |
|----------|---|
| 4 | Zahlentheoretische Funktionen — 153 |
| 4.1 | Multiplikative und additive Funktionen — 153 |
| 4.1.1 | Beispiele zahlentheoretischer Funktionen — 154 |
| 4.1.2 | Multiplikative zahlentheoretische Funktionen — 156 |
| 4.1.3 | Additive zahlentheoretische Funktionen — 157 |
| 4.1.4 | Primzahlunabhängige zahlentheoretische Funktionen — 158 |
| 4.1.5 | Summatorische Funktionen — 159 |
| 4.2 | Die Teilerfunktionen — 161 |
| 4.3 | Dirichlet-Faltung — 167 |
| 4.4 | Dirichletsche Reihen — 174 |
| 4.5 | Eulersche Summenformel — 180 |
| 4.5.1 | Landausche Ordnungssymbole — 180 |
| 4.5.2 | Endliche Summen — 183 |
| 4.5.3 | Eulersche Summenformel — 187 |
| 4.6 | Riemannsche Zetafunktion — 189 |
| 4.7 | Möbiussche μ -Funktion — 194 |
| 4.8 | Mittelwerte und Größenordnungen — 197 |
| 4.9 | Partitionen — 207 |
| 5 | Quadratische und höhere Kongruenzen — 225 |
| 5.1 | Primitive Wurzeln — 225 |
| 5.2 | Indexrechnung — 235 |
| 5.3 | Quadratische Kongruenzen — 239 |
| 5.4 | Darstellungen von Zahlen als Quadratsummen — 256 |
| 5.5 | Höhere Kongruenzen — 262 |
| 6 | Zwei-Personen-Spiele mit Zahlen — 279 |
| 6.1 | Subtraktions-Spiele — 279 |
| 6.1.1 | Das 1-2-Subtraktions-Spiel — 280 |
| 6.1.2 | Rückwärtsanalyse — 282 |
| 6.1.3 | Struktur: Perioden und Vorperioden — 285 |
| 6.1.4 | Spiele-Familien mit langen Perioden und Vorperioden — 286 |
| 6.2 | Das Nim-Spiel und Boutons Strategie — 293 |
| 6.2.1 | Die Strategie von Bouton — 294 |
| 6.2.2 | Die Rache des Verlierers — 297 |
| 6.3 | Subtraktions-Spiele mit anderen Zugreihenfolgen — 298 |
| 6.3.1 | A-A-B-A-B-A-A-B-B-... — 298 |
| 6.3.2 | Die Macht der häufigeren Alice — 301 |
| 7 | Drei moderne Spiele: Über Zahlen – Würfel – Schildkröten — 307 |
| 7.1 | Letzter Mann voran — 308 |
| 7.2 | EinStein würfelt nicht — 314 |

- 7.3 Karls Rennen — 320
7.4 Die drei Spiele im Vergleich — 327

Anhang — 329

Lösungshinweise und Lösungen — 337

Literatur — 351

Symbolverzeichnis — 355

Index — 357