

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

XXIII

1	Mathematische Zeichen und Symbole	1
1.1	Pragmatische Zeichen	1
1.2	Allgemeine arithmetische Relationen und Verknüpfungen	1
1.3	Zahlenmengen	2
1.4	Besondere Zahlen und Verknüpfungen	3
1.5	Grenzwert (Limes)	4
1.6	Exponentialfunktionen, Logarithmus	4
1.7	Trigonometrische Funktionen, Hyperbelfunktionen ..	4
1.8	Vektoren, Matrizen	5
1.9	Mengen	6
1.10	Relationen	7
1.11	Funktionen	7
1.12	Ordnungsstrukturen	7
1.13	SI -Vergößerungs- und Verkleinerungssätze	8
1.14	Griechisches Alphabet	9

2	Logik	11
2.1	Mathematische Logik (Auszug aus DIN 5473)	11
2.2	Aussagenlogik	11
2.2.1	Aussagenvariable	11
2.2.2	Wahrheitstabellen (Wahrheitstafeln)	12
3	Arithmetik	15
3.1	Mengen	15
3.1.1	Allgemeines	15
3.1.2	Mengenrelationen	16
3.1.3	Mengenoperationen	17
3.1.4	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln bei Mengen	19
3.1.5	Intervalle	21
3.1.6	Zahlensysteme	22
3.1.6.1	Dezimalsystem, dekadisches System	23
3.1.6.2	Dualsystem (Binärsystem)	23
3.1.6.3	Römisches Zahlensystem	24
3.2	Elementare Rechenarten	24
3.2.1	Elementare Grundlagen	24
3.2.1.1	Axiome	25
3.2.1.2	Ausklammern	25
3.2.1.3	Relationen	26
3.2.1.4	Absoluter Betrag, Signum	26
3.2.1.5	Brüche (für $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, Nenner ist stets ungleich Null)	27
3.2.1.6	Polynomdivision	27
3.2.1.7	Horner-Schema	29
3.2.2	Termumformungen	30
3.2.2.1	Binomische Formeln	30
3.2.2.2	Binomischer Lehrsatz	31
3.2.2.3	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für natürliche Exponenten	31
3.2.2.4	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für reelle Exponenten	31

3.2.2.5	Mehrgliedrige Terme	32
3.2.3	Summen- und Produktzeichen	32
3.2.3.1	Summenzeichen	32
3.2.3.2	Produktzeichen	33
3.2.4	Potenzen, Wurzeln	34
3.2.5	Logarithmen	37
3.2.6	Fakultät	40
3.2.7	Binomialkoeffizient	40
3.3	Folgen	42
3.3.1	Definition	42
3.3.2	Grenzwert einer Folge	45
3.3.3	Arithmetische und geometrische Folgen ...	47
3.4	Reihen	47
3.4.1	Definition	47
3.4.2	Arithmetische und geometrische Reihen ...	48
4	Algebra	51
4.1	Grundbegriffe	51
4.2	Lineare Gleichungen	53
4.2.1	Lineare Gleichungen mit einer Variablen ...	53
4.2.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	56
4.2.3	Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen	56
4.2.4	Lineare Gleichungssysteme	57
4.2.5	Lineare Ungleichungen mit mehreren Variablen	61
4.3	Nicht lineare Gleichungen	62
4.3.1	Quadratische Gleichungen mit einer Variablen	62
4.3.2	Kubische Gleichungen mit einer Variablen .	65
4.3.3	Biquadratische Gleichungen	67
4.3.4	Gleichungen n -ten Grades	68
4.3.5	Wurzelgleichungen	69

4.4	Transzendente Gleichungen	71
4.4.1	Exponentialgleichungen	71
4.4.2	Logarithmische Gleichungen	73
4.5	Näherungsverfahren	75
4.5.1	Regula falsi (Sekantenverfahren)	75
4.5.2	Newtonsches Verfahren (Tangentenverfahren)	77
4.5.3	Allgemeines Näherungsverfahren (Fixpunktiteration)	80
5	Lineare Algebra	87
5.1	Grundbegriffe	87
5.1.1	Matrix	87
5.1.2	Gleichheit/Ungleichheit von Matrizen	88
5.1.3	Transponierte Matrix	89
5.1.4	Vektor	89
5.1.5	Spezielle Matrizen und Vektoren	92
5.2	Operationen mit Matrizen	94
5.2.1	Addition von Matrizen	94
5.2.2	Multiplikation von Matrizen	96
5.2.2.1	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	96
5.2.2.2	Das Skalarprodukt zweier Vektoren	98
5.2.2.3	Multiplikation einer Matrix mit einem Spaltenvektor	100
5.2.2.4	Multiplikation eines Zeilenvektors mit einer Matrix	102
5.2.2.5	Multiplikation von zwei Matrizen ..	103
5.3	Die Inverse einer Matrix	107
5.3.1	Einführung	107
5.3.2	Bestimmung der Inversen unter Verwendung des Gauß'schen Eliminationsverfahrens	109

5.4	Der Rang einer Matrix	113
5.4.1	Begriffsbestimmung	113
5.4.2	Bestimmung des Ranges einer Matrix	113
5.5	Die Determinante einer Matrix	117
5.5.1	Begriffsbestimmung	117
5.5.2	Berechnung von Determinanten	118
5.5.3	Eigenschaften von Determinanten	125
5.6	Die Adjunkte einer Matrix	126
5.6.1	Begriffsbestimmung	126
5.6.2	Bestimmung der Inverse mit Hilfe der Adjunkten	127
6	Kombinatorik	131
6.1	Einführung	131
6.2	Permutationen	135
6.3	Variationen	137
6.4	Kombinationen	139
7	Finanzmathematik	145
7.1	Zinsrechnung	145
7.1.1	Grundbegriffe	145
7.1.2	Jährliche Verzinsung	146
7.1.2.1	Einfache Zinsrechnung	146
7.1.2.2	Zinseszinsrechnung	149
7.1.2.3	Gemischte Verzinsung	151
7.1.3	Unterjährige Verzinsung	162
7.1.3.1	Einfache Zinsrechnung (linear) ...	163
7.1.3.2	Einfache Verzinsung unter Verwendung des nominellen Jahreszinssatzes	164
7.1.3.3	Verzinsung mit Zinseszinsen (exponentiell)	165

7.1.3.4	Verzinsung mit Zinseszinsen unter Verwendung eines konformen Jahreszinssatzes	165
7.1.3.5	Gemischte Verzinsung	167
7.1.3.6	Stetige Verzinsung	168
7.2	Effektivzinsrechnung mittels ICMA-Methode	172
7.3	Abschreibungen	179
7.3.1	Zeitabschreibung	179
7.3.1.1	Lineare Abschreibung	179
7.3.1.2	Arithmetisch-degressive Abschreibung	180
7.3.1.3	Geometrisch-degressive Abschreibung	182
7.3.2	Leistungsabschreibung	184
7.3.3	Außerplanmäßige Abschreibung	185
7.4	Rentenrechnung	186
7.4.1	Grundbegriffe	186
7.4.2	Endliche, gleichbleibende Rente	189
7.4.2.1	Jährliche Rente mit jährlichen Zinsen	189
7.4.2.2	Jährliche Rente mit unterjährigen Zinsen	193
7.4.2.3	Unterjährige Rente mit jährlichen Zinsen	196
7.4.2.4	Unterjährige Rente mit unterjähriger Verzinsung	200
7.4.3	Endliche, veränderliche Renten	218
7.4.3.1	Regellose Rente	219
7.4.3.2	Arithmetisch-fortschreitende Rente	224
7.4.3.3	Geometrisch-fortschreitende Rente	235
7.4.4	Ewige Rente	237
7.5	Tilgungsrechnung	239
7.5.1	Grundbegriffe	240
7.5.2	Annuitätentilgung	242
7.5.3	Ratentilgung	245
7.5.4	Tilgung mit Aufgeld (Agio)	247
7.5.4.1	Annuitätentilgung mit Aufgeld	247

7.5.4.2	Tilgung einer Ratenschuld mit Aufgeld	251
7.5.5	Tilgung mit Abgeld (Disagio)	253
7.5.5.1	Annuitätentilgung mit Abgeld bei sofortiger Verbuchung als Zinsaufwand	254
7.5.5.2	Annuitätentilgung mit Abgeld bei Einstellung eines Disagios in einen aktiven Rechnungsabgrenzungsposten	256
7.5.5.3	Tilgung einer Ratenschuld mit Abgeld bei sofortiger Verbuchung als Zinsaufwand	257
7.5.5.4	Tilgung einer Ratenschuld mit Abgeld bei Einstellung des Disagios in einen aktiven Rechnungsabgrenzungsposten	258
7.5.6	Tilgungsfreie Zeiten	259
7.5.7	Gerundete Annuitäten	261
7.5.7.1	Prozentannuität	261
7.5.7.2	Tilgung von Anleihen	264
7.5.8	Unterjährige Tilgung	268
7.5.8.1	Unterjährige Annuitätentilgung ...	269
7.5.8.2	Unterjährige Ratentilgung	275
7.6	Investitionsrechnung	281
7.6.1	Grundbegriffe	282
7.6.2	Finanzmathematische Grundlagen	284
7.6.3	Statische Verfahren der Investitionsrechnung	287
7.6.4	Methoden der dynamischen Investitionsrechnung	287
7.6.4.1	Kapitalwertmethode (Kapitalbarwert, Kapitalendwert, Vermögensendwert)	288
7.6.4.2	Annuitätenmethode	291
7.6.4.3	Interne Zinsfußmethode	294

8	Optimierung linearer Modelle	297
8.1	Lagrange-Methode	297
8.1.1	Einführung	297
8.1.2	Bildung der Lagrange-Funktion	297
8.1.3	Bestimmung der Lösung	298
8.1.4	Interpretation von λ	301
8.1.5	Identifizierung der Art des Optimums	302
8.2	Lineare Optimierung	313
8.2.1	Einführung	313
8.2.2	Der lineare Programmierungsansatz	313
8.2.3	Graphische Bestimmung der Lösung	314
8.2.4	Primaler Simplex-Algorithmus	318
8.2.5	Simplextableau (grundsätzlicher Aufbau) ...	318
8.2.6	Dualer Simplex-Algorithmus	324
9	Funktionen	335
9.1	Einführung	335
9.1.1	Verkettung von Funktionen	339
9.1.2	Umkehrfunktion, inverse Funktion	341
9.2	Klassifizierung von Funktionen	343
9.2.1	Rationale Funktionen	344
9.2.1.1	Ganzrationale Funktionen	344
9.2.1.2	Gebrochenrationale Funktionen ..	344
9.2.2	Nichtrationale Funktionen	348
9.2.2.1	Potenzfunktionen	348
9.2.2.2	Wurzelfunktion	351
9.2.2.3	Transzendente Funktionen	352
9.2.2.3.1	Exponentialfunktionen ..	352
9.2.2.3.2	Logarithmusfunktionen .	358
9.2.2.4	Trigonometrische Funktionen	364
9.3	Eigenschaften reeller Funktionen	392
9.3.1	Beschränktheit	392
9.3.2	Symmetrie	394
9.3.2.1	Achsensymmetrie	394
9.3.2.2	Punktsymmetrie	396

9.3.3	Transformationen	399
9.3.3.1	Scheitelpunktform	401
9.3.4	Stetigkeit	404
9.3.5	Polstellen	404
9.3.6	Definitionslücken	406
9.3.7	Sprungstellen	407
9.3.8	Homogenität	408
9.3.9	Periodizität	409
9.3.10	Nullstellen	409
9.3.11	Lokale Extrema	410
9.3.12	Monotonie	411
9.3.13	Krümmungsverhalten/ Wendepunkte	412
9.3.14	Asymptoten	414
9.3.14.1	Waagerechte Asymptote	415
9.3.14.2	Senkrechte Asymptote	417
9.3.14.3	Schiefe Asymptote	418
9.3.14.4	Asymptotische Kurve	419
9.3.15	Tangenten einer Kurve	420
9.3.16	Normalen einer Kurve	421
9.4	Übungsaufgaben Funktionen	422
10	Differentialrechnung	427
10.1	Differentiation von Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	427
10.1.1	Allgemeines	427
10.1.2	Erste Ableitung elementarer Funktionen ...	430
10.1.3	Ableitungsregeln	432
10.1.4	Höhere Ableitungen	434
10.1.5	Differentiation von Funktionen mit Parametern	435
10.1.6	Kurvendiskussion	435
10.2	Differentiation von Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	445
10.2.1	Partielle Ableitungen (1. Ordnung)	445
10.2.2	Partielle Ableitungen (2. Ordnung)	448

10.2.3	Lokale Extrema der Funktion $f = f(x, y) \dots$	450
10.2.3.1	Relative Extrema ohne Nebenbedingung der Funktion $f = f(x, y)$	450
10.2.3.2	Relative Extrema unter m Nebenbedingungen der Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$ mit $m < n$	459
10.2.4	Differentiale für die Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$	463
10.3	Sätze über differenzierbare Funktionen	465
10.3.1	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	465
10.3.2	Verallgemeinerter Mittelsatz der Differentialrechnung	466
10.3.3	Satz von Rolle	466
10.3.4	L'Hospitalsche Regel	467
10.3.5	Schranksatz der Differentialrechnung	468
11	Integralrechnung	469
11.1	Einführung	469
11.2	Das unbestimmte Integral	470
11.2.1	Definition / Bestimmung der Stammfunktion	470
11.2.2	Elementare Rechenregeln für das unbestimmte Integral	473
11.3	Das bestimmte Integral	474
11.3.1	Einführung	474
11.3.2	Beziehung zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral	478
11.3.3	Spezielle Integrationstechniken	483
11.3.3.1	Die partielle Integration	483
11.3.3.2	Integration durch Substitution	485
11.4	Mehrfach-Integrale	486
11.5	Integralrechnung bei ökonomischen Problemstellungen	487
11.5.1	Kostenfunktionen	487
11.5.2	Umsatzfunktionen (= Erlösfunktionen)	489

11.5.3 Gewinnfunktionen	490
-------------------------------	-----

12 Elastizitäten	495
-------------------------	------------

12.1 Problemstellung und Begriff der Elastizität	495
12.2 Bogenelastizität	496
12.3 Punktelastizität	501
12.4 Preiselastizität der Nachfrage ϵ_{xp}	504
12.5 Die Kreuzpreiselastizität $\epsilon_{x_A p_B}$	509
12.6 Die Einkommenselastizität der Nachfrage ϵ_{xy}	511

13 Ökonomische Funktionen	513
----------------------------------	------------

13.1 Angebotsfunktion	513
13.2 Nachfragefunktion / Inverse Nachfragefunktion	515
13.3 Marktgleichgewicht	517
13.4 Käufermarkt und Verkäufermarkt	518
13.5 Angebotslücke	519
13.6 Nachfragelücke	519
13.7 Erlösfunktion	521
13.8 Kostenfunktionen	527
13.9 Neoklassische Kostenfunktion	535
13.10 Ertragsgesetzliche Kostenfunktion	543

13.11 Einzelkosten versus Gemeinkosten	556
13.11.1 Eindimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	559
13.11.2 Mehrdimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	561
13.12 Gewinnfunktion	564
 14 Peren-Theorem	 573
 A Finanzmathematische Faktoren	 581
 B Literaturverzeichnis	 627
 Stichwortverzeichnis	 635