

# Teil I:

1. Mathematische Grundlagen
2. Schallwahrnehmung
3. Stimmungssysteme
4. Technische Klangerzeugung
5. Schwingende Luftsäulen
6. Schwingende Saiten und Membranen

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	11
<b>1 Einführung Mathematik . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1 Ableiten und Integrieren . . . . .	14
1.2 Sinus- und Kosinusfunktion . . . . .	19
1.3 Komplexe Zahlen . . . . .	20
1.4 Polarkoordinaten . . . . .	25
1.5 Euler-Gleichung . . . . .	27
1.6 Bogenmaß und Sinusfunktionen . . . . .	34
1.7 Addition von Sinusschwingungen . . . . .	37
1.8 Fourier-Reihe . . . . .	42
1.8.1 Gibbs-Phänomen . . . . .	46
1.9 Definition von Schwingung, Welle, Klang . . . . .	50
<b>2 Schallwahrnehmung . . . . .</b>	<b>53</b>
2.1 Physiologie des Gehörs . . . . .	56
2.2 Ohmsches Grundgesetz der Akustik . . . . .	64
2.3 Residualtöne . . . . .	66
2.4 Nicht-lineare Übertragung . . . . .	69
2.4.1 Klirrfaktor . . . . .	72
2.4.2 Kombinationstöne . . . . .	74
2.5 Obertöne . . . . .	76
2.5.1 Schwebungen und Rauigkeit . . . . .	78
2.6 Messung des Schalldrucks . . . . .	86
2.6.1 Effektivwerte des Schalldrucks . . . . .	87
2.6.2 Schalldruckpegel . . . . .	89
2.6.3 Addition von Schalldrücken . . . . .	93
2.6.4 Schalleistungspegel, Schallintensitätspegel . . . . .	95
2.7 Wahrnehmung von Lautheit . . . . .	100
2.7.1 Phon und Sone . . . . .	103
2.7.2 Bewertungskurven dB (A) etc. . . . .	104
2.7.3 Musikalische Dynamikstufen . . . . .	107
2.8 Binaurales Hören . . . . .	108
2.9 Tonhöhe, Tonchroma und absolutes Gehör . . . . .	112

<b>3 Stimmungssysteme</b>	115
3.1 Der Tonraum	115
3.1.1 Intervalle	116
3.2 Gleichstufig temperierte Stimmung	119
3.3 Pythagoräische Stimmung	122
3.4 Reine Stimmung	127
3.4.1 53-stufige Tonleiter	129
3.5 Mitteltönige Stimmungen	132
3.6 Wohltemperierte Stimmungen	135
3.7 Außereuropäische Tonsysteme	141
3.7.1 China	141
3.7.2 Persien und Arabien	142
3.7.3 Afrika	144
3.8 Herleitung von Tonleitern	145
3.8.1 Klavierstimmung nach Obertonkoinzidenz	149
3.9 Kirchentönearten	150
<b>4 Technische Klangerzeugung</b>	153
4.1 Schwingung von Luftmolekülen	153
4.1.1 Funktionsprinzip von Lautsprechern	157
4.1.2 Mikrofone	158
4.2 Additive Synthese	159
4.2.1 Hüllkurven	161
4.3 Amplitudenmodulation	163
4.3.1 Ringmodulation	167
4.4 Frequenzmodulation	169
4.4.1 Besselfunktion 1. Gattung	173
4.4.2 Chowning FM	178
4.5 Digitale Tonerzeugung	180
4.5.1 Rauschen	182
4.5.2 Wellenformspeicher	186
4.5.3 Karplus-Strong-Algorithmus	187
4.6 Waveshaping	190
4.6.1 Tschebyscheff-Polynome	192
4.7 Subtraktive Synthese	196
4.8 Digitale Weiterverarbeitung	200
4.8.1 AD-DA-Wandlung, Störabstand	200
4.8.2 Datenreduktionsverfahren	204
4.9 Impedanz	208
4.9.1 Linearer Frequenzgang eines Lautsprechers	212
4.9.2 Strahlungsimpedanz	216
<b>5 Schwingende Luftsäulen</b>	223
5.1 Volumen, Druck und Temperatur	223
5.1.1 Adiabatenexponent	229
5.2 Wellengleichung	237

5.2.1	Schallgeschwindigkeit	241
5.2.2	Lösung der Wellengleichung (Bernoulli)	244
5.2.3	Lösung der Wellengleichung (d'Alembert)	247
5.2.4	Schalldruckfunktion	252
5.3	Reflektierte Wellen	257
5.3.1	Beidseitig offene Pfeifen	258
5.3.2	Einseitig offene Pfeifen	268
5.3.3	Zylindrisches Rohr, druckgesteuert	275
5.3.4	Konisches Rohr	278
5.4	Bauformen der Orgelpfeifen	284
5.4.1	Schallerregung in Labialpfeifen	286
5.4.2	Laminare und turbulente Strömung	288
5.4.3	Schneidenton	289
5.4.4	Mensur	292
5.5	Formanten	293
5.5.1	Formanten der Singstimme	294
5.5.2	Formanten der Sprechstimme	302
5.6	Akustische Impedanz	306
5.7	Dämpfung und Absorption	317
5.7.1	Amplitude einer gedämpften Schwingung	317
5.7.2	Frequenz einer gedämpften Schwingung	320
<b>6</b>	<b>Schwingende Saiten und Membranen</b>	<b>327</b>
6.1	Schwingender Massenpunkt	328
6.2	Saite ohne Biegesteifigkeit	336
6.2.1	Lösung nach Bernoulli	339
6.2.2	Lösung nach d'Alembert	357
6.2.3	Stegkräfte	362
6.2.4	Bewegung einer angeschlagenen Saite	368
6.2.5	Grundtonfrequenz der Saite	371
6.3	Saite mit Biegesteifigkeit	372
6.4	Klavier und Flügel	385
6.5	Gestrichene Saite nach Helmholtz	387
6.6	Wolfstöne	400
6.7	Wellengleichung einer rechteckigen Membran	401
6.7.1	Lösung der Wellengleichung	404
6.7.2	Randbedingungen	408
6.8	Die kreisrunde Membran	419
6.8.1	Lösung der Wellengleichung	422
6.8.2	Besselsche Funktionen	424
6.8.3	Schwingungsmoden	428
<b>7</b>	<b>Klanganalyse</b>	<b>443</b>
7.1	Fourier-Transformation	444
7.1.1	Herleitung der Fourier-Koeffizienten	445
7.1.2	Diskrete Fourier-Transformation	449

7.1.3	Abtasttheorem	452
7.1.4	Fourier-Transform., komplexe Schreibweise	460
7.1.5	Rücktransformation	465
7.1.6	Schnelle Fourier-Transformation (FFT)	468
7.2	Fourier-Integral	478
7.2.1	Reelle Spektralfunktion	484
7.2.2	Klangfülle der gedämpften Schwingung	488
7.3	Fensterfunktionen	491
7.3.1	Formeln der Fensterfunktionen	503
7.3.2	Anzahl der Abtastpunkte korrigieren	509
7.3.3	Spektrogramme	510
7.3.4	Beurteilung einer Zeitfunktion	513
7.4	Weitere Funktionen und Transformationen	515
7.4.1	Autokorrelation	515
7.4.2	Cepstrum	518
7.4.3	Faltungstheorem	520
7.4.4	Gabor-Transformation	522
7.4.5	Laplace-Transformation	525
7.4.6	Diracsche Deltafunktion	532
7.4.7	Übertragungsfunktionen	534
7.4.8	Abtastfunktion	536
7.4.9	z-Transformation	541
7.5	Transformationen im Vergleich	548
<b>8</b>	<b>Klangfilterung</b>	<b>551</b>
8.1	Kondensator	552
8.1.1	Ladungskurve	555
8.2	Spule	559
8.3	Filterung mit Fourier-Transformation	562
8.4	Filterung durch Faltung	564
8.5	Nicht-rekursive Filter	571
8.5.1	Linearer Phasengang	579
8.5.2	Nullstellen	587
8.5.3	Filterlänge $n = 3$	591
8.5.4	Filterlänge $n = 4$	595
8.5.5	Berechnung der Übertragungsfunktion	598
8.5.6	Filterkoeffizienten und Fourier-Kosinusreihe	599
8.6	Rekursive Filter	601
8.6.1	Resonanzfilter	607
<b>9</b>	<b>Raumakustik</b>	<b>615</b>
9.1	Schall als Strahl	615
9.1.1	Schallreflexion	616
9.1.2	Schallbrechung	617
9.1.3	Schallbeugung	620
9.1.4	Schallstreuung	621

9.2	Huygens-fresnelsches Prinzip . . . . .	621
9.2.1	Gangunterschied der Elementarwellen . . . . .	624
9.3	Fraunhofersche Beugung . . . . .	625
9.4	Schallreflexionen im Raum . . . . .	629
9.5	Absorption . . . . .	632
9.5.1	Helmholtz-Resonatoren . . . . .	635
9.6	Nachhall, Schallabsorption in Luft . . . . .	639
9.6.1	Genaue Beispielrechnungen . . . . .	648
9.6.2	Schallabsorptionskoeffizient $m$ . . . . .	649
9.7	Hörsamkeit . . . . .	668
9.7.1	Sprachverständlichkeit . . . . .	668
9.7.2	Sprachübertragungsindex STI . . . . .	671
9.7.3	Haas-Effekt . . . . .	673
9.7.4	Aufführung von Musik . . . . .	674
9.7.5	Kirchenräume . . . . .	680
	<b>Anhang</b> . . . . .	683
	SI-Präfixe . . . . .	684
	Griechische Buchstaben . . . . .	685
	Übersicht der Formelzeichen . . . . .	686
	<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	697
	<b>Index</b> . . . . .	708