

GRUNDBEGRIFFE DER MATHEMATIK

1

ZAHLEN UND RECHNEN

2

PROZENT- UND ZINSRECHNUNG

3

GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN

4

FUNKTIONEN

5

PLANIMETRIE

6

KÖRPERDARSTELLUNG UND KÖRPERBERECHNUNG

7

STOCHASTIK

8

RECHENHILFSMITTEL

9

ANHANG

A

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Grundbegriffe der Mathematik | 9 |
| 1.1 | Aussagen | 10 |
| 1.1.1 | Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik | 10 |
| 1.1.2 | Wahrheitswerte von Aussagen | 14 |
| 1.1.3 | Erfüllbarkeit von Aussageformen | 15 |
| 1.1.4 | Logische Operationen | 16 |
| 1.1.5 | Definitionen | 21 |
| 1.1.6 | Sätze und Beweise | 22 |
| 1.2 | Mengen | 26 |
| 1.2.1 | Begriff Menge | 26 |
| 1.2.2 | Darstellung von Mengen | 27 |
| 1.2.3 | Mächtigkeit von Mengen | 28 |
| 1.2.4 | Relationen zwischen zwei Mengen | 29 |
| 1.2.5 | Mengenoperationen | 31 |
| 2 | Zahlen und Rechnen | 35 |
| 2.1 | Natürliche Zahlen | 36 |
| 2.1.1 | Zahlbegriff; Zahldarstellungen | 36 |
| 2.1.2 | Rechnen mit natürlichen Zahlen | 39 |
| 2.1.3 | Vielfache und Teiler | 45 |
| 2.2 | Ganze Zahlen | 49 |
| 2.2.1 | Zahlbegriff; Zahldarstellungen | 49 |
| 2.2.2 | Rechnen mit ganzen Zahlen | 51 |
| 2.3 | Bruchzahlen (gebrochene Zahlen) | 57 |
| 2.3.1 | Zahlbegriff; Zahldarstellungen | 57 |
| 2.3.2 | Rechnen mit gemeinen Brüchen (Bruchrechnung) | 61 |
| 2.3.3 | Dezimalbrüche; Rechnen mit Dezimalbrüchen | 65 |
| 2.4 | Rationale Zahlen | 68 |
| 2.4.1 | Zahlbegriff; Zahldarstellungen | 68 |
| 2.4.2 | Rechnen mit rationalen Zahlen | 70 |
| 2.5 | Reelle Zahlen | 73 |
| 2.5.1 | Zahlbegriff | 73 |
| 2.5.2 | Rechnen mit reellen Zahlen | 74 |
| 2.6 | Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen | 75 |
| 2.6.1 | Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen | 75 |
| 2.6.2 | Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln | 79 |
| 2.6.3 | Logarithmen; Logarithmengesetze | 80 |
| 2.7 | Größen | 81 |
| 2.7.1 | Begriff Größe; Größenbereiche | 81 |
| 2.7.2 | Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten | 82 |
| 2.7.3 | Masseinheiten | 84 |
| 2.7.4 | Zeiteinheiten | 84 |
| 2.7.5 | Währungseinheiten | 85 |
| 2.8 | Rechnen mit Näherungswerten | 86 |
| 2.8.1 | Grundbegriffe | 86 |
| 2.8.2 | Rechnen mit Näherungswerten | 87 |

| | | |
|------------|--|-----|
| 3 | Prozent- und Zinsrechnung | 89 |
| 3.1 | Prozentrechnung | 90 |
| 3.1.1 | Grundbegriffe | 90 |
| 3.1.2 | Bequeme Prozentsätze | 90 |
| 3.1.3 | Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen und Grundwerten | 91 |
| 3.1.4 | Grafische Darstellungen von Prozentsätzen | 94 |
| 3.2 | Promillerechnung | 95 |
| 3.3 | Zinsrechnung | 96 |
| 3.3.1 | Grundbegriffe | 96 |
| 3.3.2 | Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspanne | 96 |
| 3.3.3 | Zinseszins | 100 |
| 3.4 | Rentenrechnung | 102 |
| 3.4.1 | Ratenzahlungen | 102 |
| 3.4.2 | Schuldentilgung | 104 |
| 4 | Gleichungen und Ungleichungen | 105 |
| 4.1 | Variable und Term | 106 |
| 4.1.1 | Begriffe Variable und Term | 106 |
| 4.1.2 | Rechnen mit Variablen; Termumformungen | 107 |
| 4.2 | Grundlagen der Gleichungslehre | 111 |
| 4.2.1 | Begriffe Gleichung und Ungleichung | 111 |
| 4.2.2 | Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge | 112 |
| 4.2.3 | Proben bei Gleichungen und Ungleichungen | 114 |
| 4.2.4 | Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen | 115 |
| 4.3 | Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen | 117 |
| 4.3.1 | Begriff Äquivalenz | 117 |
| 4.3.2 | Äquivalentes Umformen von Gleichungen | 117 |
| 4.3.3 | Äquivalentes Umformen von Ungleichungen | 119 |
| 4.4 | Lineare Gleichungen | 120 |
| 4.4.1 | Lineare Gleichungen mit einer Variablen | 120 |
| 4.4.2 | Lineare Gleichungen mit zwei Variablen | 123 |
| 4.5 | Lineare Ungleichungen | 124 |
| 4.5.1 | Lineare Ungleichungen mit einer Variablen | 124 |
| 4.5.2 | Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen | 125 |
| 4.6 | Lineare Gleichungssysteme | 126 |
| 4.6.1 | Begriff lineares Gleichungssystem | 126 |
| 4.6.2 | Lösen linearer Gleichungssysteme | 126 |
| 4.7 | Quadratische Gleichungen | 129 |
| 4.7.1 | Begriffe | 129 |
| 4.7.2 | Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen | 129 |
| 4.7.3 | Lösungsformel für quadratische Gleichungen | 130 |
| 4.7.4 | Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung | 131 |
| 4.7.5 | Wurzelsatz von VIETA | 132 |
| 4.8 | Bruchgleichungen und Bruchungleichungen | 133 |
| 4.9 | Algebraische Gleichungen höheren Grades | 135 |
| 4.9.1 | Begriffe | 135 |
| 4.9.2 | Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades | 135 |
| 4.9.3 | Polynomdivision | 137 |

| | | |
|-------------|---|-----|
| 4.10 | Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen | 139 |
| 4.10.1 | Begriffe | 139 |
| 4.10.2 | Lösen von Wurzelgleichungen | 139 |
| 4.10.3 | Lösen von Exponentialgleichungen | 141 |
| 4.10.4 | Lösen von Logarithmengleichungen | 142 |
| 4.11 | Trigonometrische Gleichungen | 143 |
| 4.12 | Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen | 144 |
| 4.12.1 | Iterationsverfahren | 144 |
| 4.12.2 | Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung | 145 |
| 4.12.3 | Sekantennäherungsverfahren (regula falsi) | 146 |
| 5 | Funktionen | 147 |
| 5.1 | Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen | 148 |
| 5.1.1 | Funktionsbegriff | 148 |
| 5.1.2 | Darstellung von Funktionen | 149 |
| 5.1.3 | Eigenschaften von Funktionen | 150 |
| 5.1.4 | Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen | 152 |
| 5.2 | Proportionalität | 154 |
| 5.2.1 | Direkte Proportionalität | 154 |
| 5.2.2 | Indirekte Proportionalität | 155 |
| 5.3 | Lineare Funktionen | 157 |
| 5.3.1 | Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$ | 157 |
| 5.3.2 | Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$ ($n \neq 0$) | 159 |
| 5.4 | Quadratische Funktionen | 162 |
| 5.4.1 | Graphen quadratischer Funktionen | 162 |
| 5.4.2 | Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + px + q$ | 164 |
| 5.4.3 | Die Funktionen mit $y = ax^2 + bx + c$ | 165 |
| 5.5 | Potenzfunktionen | 166 |
| 5.5.1 | Potenzfunktionen mit geraden Exponenten | 166 |
| 5.5.2 | Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten | 167 |
| 5.6 | Wurzelfunktionen | 168 |
| 5.6.1 | Die Funktion mit $f(x) = \sqrt[n]{x}$ | 168 |
| 5.6.2 | Die Funktionen mit $f(x) = \sqrt[n]{x}$ | 168 |
| 5.7 | Exponentialfunktionen | 169 |
| 5.7.1 | Die Funktionen mit $f(x) = a^x$ | 169 |
| 5.7.2 | Die Funktion mit $f(x) = e^x$ | 169 |
| 5.8 | Logarithmusfunktionen | 170 |
| 5.8.1 | Die Funktionen mit $f(x) = \log_a x$ | 170 |
| 5.8.2 | Die Funktionen mit $f(x) = \lg x$ und $f(x) = \ln x$ | 170 |
| 5.9 | Winkelfunktionen (trigonometrische Funktionen) | 171 |
| 5.9.1 | Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck | 171 |
| 5.9.2 | Winkelfunktionen am Kreis | 171 |
| 5.9.3 | Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen | 173 |
| 6 | Planimetrie | 177 |
| 6.1 | Grundbegriffe | 178 |
| 6.1.1 | Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke | 178 |
| 6.1.2 | Länge und Längenmessung | 182 |
| 6.1.3 | Fläche und Flächeninhaltsmessung | 183 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 6.1.4 | Winkel und Winkelmessung | 184 |
| 6.2 | Konstruktionen | 191 |
| 6.2.1 | Konstruktionen mit Zirkel und Lineal | 191 |
| 6.2.2 | Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck | 193 |
| 6.2.3 | Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien .. | 194 |
| 6.2.4 | Softwaregestütztes Konstruieren | 195 |
| 6.3 | Geometrische Abbildungen | 197 |
| 6.3.1 | Ähnlichkeitsabbildungen | 198 |
| 6.3.2 | Kongruenzabbildungen | 199 |
| 6.4 | Bewegung, Kongruenz und Symmetrie | 201 |
| 6.4.1 | Spezielle Bewegungen | 201 |
| 6.4.2 | Nacheinanderausführung von Bewegungen | 204 |
| 6.4.3 | Kongruenz | 207 |
| 6.4.4 | Symmetrie | 208 |
| 6.5 | Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze | 210 |
| 6.5.1 | Die zentrische Streckung | 210 |
| 6.5.2 | Ähnlichkeit | 212 |
| 6.5.3 | Strahlensätze | 213 |
| 6.6 | Dreiecke | 217 |
| 6.6.1 | Dreiecksarten | 217 |
| 6.6.2 | Sätze über das Dreieck | 218 |
| 6.6.3 | Besondere Linien und Punkte des Dreiecks | 219 |
| 6.6.4 | Kongruenz von Dreiecken | 221 |
| 6.6.5 | Ähnlichkeit von Dreiecken | 224 |
| 6.6.6 | Konstruktion von Dreiecken | 224 |
| 6.6.7 | Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken | 227 |
| 6.6.8 | Satzgruppe des PYTHAGORAS | 229 |
| 6.6.9 | Anwendung der trigonometrischen Funktionen | 233 |
| 6.7 | Vierecke | 239 |
| 6.7.1 | Allgemeines Viereck | 239 |
| 6.7.2 | Klassifizierung von Vierecken | 240 |
| 6.7.3 | Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften | 244 |
| 6.8 | Vielecke (Polygone) | 250 |
| 6.8.1 | Allgemeine Eigenschaften | 250 |
| 6.8.2 | Regelmäßige n-Ecke | 251 |
| 6.9 | Kreis | 253 |
| 6.9.1 | Begriffe | 253 |
| 6.9.2 | Winkel am Kreis | 258 |
| 6.9.3 | Inkreis und Umkreis von Vielecken | 260 |
| 6.9.4 | Berechnungen am Kreis | 261 |
| 7 | Körperdarstellung und Körperberechnung | 263 |
| 7.1 | Grundlagen der Körperdarstellung | 264 |
| 7.1.1 | Begriffe und Merkmale geometrischer Körper | 264 |
| 7.1.2 | Projektionsarten | 266 |
| 7.1.3 | Schräge Parallelprojektionen | 267 |
| 7.1.4 | Senkrechte Parallelprojektionen | 269 |
| 7.1.5 | Körpernetze | 271 |
| 7.2 | Grundlagen der Körperberechnung | 272 |
| 7.3 | Würfel und Quader | 273 |

| | | |
|---------------|---|-----|
| 7.3.1 | Begriffe und Formeln | 273 |
| 7.3.2 | Darstellung von Würfeln und Quadern | 274 |
| 7.4 | Prisma und Kreiszylinder | 275 |
| 7.4.1 | Begriffe und Formeln | 275 |
| 7.4.2 | Darstellung von Kreiszylindern und Prismen | 279 |
| 7.5 | Pyramide und Kreiskegel | 282 |
| 7.5.1 | Begriffe und Formeln | 282 |
| 7.5.2 | Darstellung von Pyramiden und Kreiskegeln | 287 |
| 7.6 | Pyramidenstumpf und Kreiskegelstumpf | 289 |
| 7.7 | Kugel | 292 |
| 7.8 | Zusammengesetzte Körper | 293 |
| 7.9 | Regelmäßige Polyeder | 295 |
| 8 | Stochastik | 297 |
| 8.1 | Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien | 298 |
| 8.1.1 | Anordnungen | 298 |
| 8.1.2 | Zählstrategien | 302 |
| 8.2 | Elemente der beschreibenden Statistik | 304 |
| 8.2.1 | Statistische Erhebungen (Erfassen und Auswerten von Daten) | 304 |
| 8.2.2 | Statistische Kenngrößen (bei Häufigkeitsverteilungen) | 309 |
| 8.3 | Wahrscheinlichkeitsrechnung | 314 |
| 8.3.1 | Vorgänge mit zufälligem Ergebnis; zufällige Ereignisse | 314 |
| 8.3.2 | Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff; Berechnen von Wahrscheinlichkeiten | 316 |
| 8.3.3 | Mehrstufige Zufallsversuche | 317 |
| 8.3.4 | Zufallsgrößen und ihre Verteilung | 323 |
| 9 | Rechenhilfsmittel | 327 |
| 9.1 | Geschichtlicher Abriss | 328 |
| 9.2 | Elektronische Hilfsmittel | 331 |
| 9.2.1 | Der elektronische Taschenrechner | 331 |
| 9.2.2 | Grafikfähige Taschenrechner | 334 |
| 9.2.3 | Computeralgebrasysteme | 336 |
| 9.2.4 | Tabellenkalkulationsprogramme | 338 |
| Anhang | | 341 |
| | Übersicht zur Herkunft ausgewählter mathematischer Begriffe | 342 |
| | Mathematische Zeichen und Symbole | 345 |
| | Griechisches Alphabet | 346 |
| | Römische Zahlzeichen | 346 |
| | Rundungsregeln | 347 |
| | Primzahlen; Primfaktorzerlegung der Zahlen bis 1000 | 347 |
| | Quadratzahlen; Kubikzahlen; Quadratwurzeln; Kubikwurzeln | 349 |
| | Vorsätze | 350 |
| | Einheiten von Größen | 350 |
| | Nichtdezimale Einheiten | 351 |
| | Umrechnung Gradmaß in Bogenmaß | 353 |
| | Kreisflächeninhalt | 354 |
| | Die Funktionen $y = \sin x$ und $y = \cos x$ | 356 |
| | Zufallszahlen | 356 |

| | |
|---|-----|
| Fakultäten $n!$ | 359 |
| Binomialkoeffizienten | 360 |
| Binomiale Wahrscheinlichkeiten $b(n; p; k)$ | 361 |
| Standardnormalverteilung | 362 |
| Aufbau der Zahlenbereiche; Intervalle | 363 |
| Intervalle (spezielle Teilmengen von \mathbb{R}) | 363 |
| Potenzen | 364 |
| Wurzeln | 364 |
| Logarithmen | 364 |
| Dreisatz | 365 |
| Kettensatz | 365 |
| Mischungsrechnen | 366 |
| Mittelwerte | 366 |
| Winkel | 367 |
| Dreiecke | 367 |
| Dreiecksarten | 368 |
| Vierecke | 369 |
| Regelmäßige Vielecke | 370 |
| Kreis | 370 |
| Körper mit ebenen Begrenzungsflächen | 371 |
| Körper mit gekrümmten Begrenzungsflächen | 372 |
| Winkelfunktionen | 373 |
| Kleine Einführung in die Vektorrechnung | 375 |
| Vektorbegriff | 375 |
| Addition von Vektoren | 376 |
| Vielfachbildung von Vektoren | 377 |
| Beweise unter Verwendung von Vektoren | 378 |
| Komponentenzerlegung | 379 |
| Skalarprodukt von Vektoren | 380 |
| Register | 381 |