

Inhaltsverzeichnis

1	Elemente der Topologie	1
1.1	Topologie des euklidischen Raumes \mathbb{R}^n	1
1.2	Topologische Räume	6
1.3	Stetige Abbildungen	15
1.4	Kompakte Räume	31
1.5	Zusammenhang	38
1.6	Potenzreihen in Banachalgebren	42
1.7	Aufgaben	47
2	Differenzierbare Funktionen	51
2.1	Differenzierbarkeit und partielle Differenzierbarkeit	51
2.2	Rechenregeln. Erste Version der Kettenregel	61
2.3	Mittelwertsatz und Schrankensatz	63
2.4	Höhere partielle Ableitungen	65
2.5	Die Taylorapproximation	69
2.6	Die Bedeutung der zweiten Ableitung	74
2.7	Differentiation parameterabhängiger Integrale	80
2.8	Anwendung: Die Eulersche Differentialgleichung der Variationsrechnung	83
2.9	Aufgaben	88
3	Differenzierbare Abbildungen	93
3.1	Begriff der Differenzierbarkeit. Elementare Feststellungen	93
3.2	Der Schrankensatz	108
3.3	Reihen stetig differenzierbarer Abbildungen	109
3.4	Diffeomorphismen	112
3.5	Der Satz über die lokale Umkehrbarkeit	115
3.6	Auflösen von Gleichungen. Implizit definierte Abbildungen	122
3.7	Differenzierbare Untermannigfaltigkeiten	127
3.8	Extrema unter Nebenbedingungen	136
3.9	Aufgaben	141

4 Das Lebesgue-Integral	145
4.1 Integration von Treppenfunktionen	145
4.2 Die L^1 -Halbnorm	148
4.3 Definition des Lebesgue-Integrals. Elementare Sätze	152
4.4 Der Kleine Satz von Beppo Levi und der Kleine Satz von Fubini	156
4.5 Meßbarkeit von Teilmengen des \mathbb{R}^n	161
4.6 Nullmengen. Fast überall bestehende Eigenschaften	166
4.7 Translationsinvarianz des Lebesgue-Integrals	172
4.8 Riemannsche Summen	175
4.9 Aufgaben	177
5 Konvergenzsätze	181
5.1 Der Vollständigkeitssatz von Riesz-Fischer	181
5.2 Gliedweise Integration einer monotonen Folge. Der Satz von Beppo Levi	184
5.3 Gliedweise Integration einer Folge bei majorisierter Konvergenz. Der Satz von Lebesgue	188
5.4 Parameterabhängige Integrale	194
5.5 Aufgaben	197
6 Integration über einen Produktraum	201
6.1 Der Satz von Fubini	201
6.2 Der Satz von Tonelli	205
6.3 Aufgaben	210
7 Der Transformationssatz	211
7.1 Formulierung des Transformationssatzes. Erste Beispiele	211
7.2 Beweis des Transformationssatzes	215
7.3 Integration mittels Polarkoordinaten und mittels der Jacobi-Abbildung	221
7.4 Transformation des Laplace-Operators	229
7.5 Aufgaben	233
8 Anwendungen der Integralrechnung	237
8.1 Faltung und Approximation von Funktionen	237
8.2 Der Umkehrssatz der Fourier-Transformation	244
8.3 Quadratintegrierbare Funktionen	247
8.4 Aufgaben	260

9	Integration über Untermannigfaltigkeiten des euklidischen \mathbb{R}^n	264
9.1	Reguläre Parameterdarstellungen	264
9.2	Der Maßtensor einer Immersion in den euklidischen \mathbb{R}^n	269
9.3	Integration über ein Kartengebiet	275
9.4	Zerlegung der Eins	281
9.5	Integration über eine beliebige Untermannigfaltigkeit	284
9.6	Nullmengen zu einer Dimension d	290
9.7	Integration über C^1 -Flächen	294
9.8	Aufgaben	298
10	Der Gaußsche Integralsatz	303
10.1	Integration von Vektorfeldern über orientierte reguläre Hyperflächen	303
10.2	C^1 -Polyeder	307
10.3	Die Divergenz eines Vektorfeldes	309
10.4	Der Gaußsche Integralsatz	311
10.5	Beweis des Gaußschen Integralsatzes	314
10.6	Die Greenschen Formeln. Harmonische Funktionen	320
10.7	Der Stokessche Integralsatz im \mathbb{R}^3	325
10.8	Aufgaben	328
11	Pfaffsche Formen. Kurvenintegrale	333
11.1	Begriff der Pfaffschen Form	333
11.2	Kurvenintegrale von 1-Formen	336
11.3	Stammfunktionen zu 1-Formen. Wegunabhängigkeit von Kurvenintegralen	340
11.4	Existenz von Stammfunktionen zu geschlossenen 1-Formen auf Sterngebieten	343
11.5	Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals geschlossener 1-Formen	347
11.6	Aufgaben	353
Literatur		356
Bezeichnungen		357
Sachverzeichnis		360
Quellenverzeichnis der Abbildungen		366