

Inhaltsverzeichnis

1	Reelle und komplexe Zahlen	1
1.1	Prolog	1
1.2	Die reellen Zahlen	6
1.3	Das Vollständigkeitsaxiom	9
1.4	Vollständige Induktion	13
1.5	Wurzeln	19
1.6	Die komplexen Zahlen	22
2	Folgen und Reihen	27
2.1	Reelle Folgen	27
2.2	Monotone Folgen	32
2.3	Teilfolgen	35
2.4	Unendliche Reihen	41
2.5	Absolut konvergente Reihen	47
2.6	Mehrfachreihen	53
2.7	Anhang: Reihen und die Anfänge der Analysis	58
3	Grenzwert und Stetigkeit	59
3.1	Grenzwerte von Funktionen	59
3.2	Stetige Funktionen	64
3.3	Allgemeine Sätze über stetige Funktionen	66
3.4	Gleichmäßige Konvergenz	70
3.5	Potenzreihen	75
3.6	Die elementaren Funktionen	80
3.7	Mehr über Potenzreihen	91
3.8	Anhang: Konvergenz und Stetigkeit	95
4	Eindimensionale Differentialrechnung	97
4.1	Differenzierbare Funktionen	97
4.2	Mittelwertsätze	101
4.3	Anwendungen des Mittelwertsatzes	102
4.4	Gliedweise Differentiation	109

4.5	Der Satz von Taylor	111
4.6	Kurvendiskussion.	117
4.7	Die Technik des Integrierens	121
4.8	Anhang: Newton, Leibniz und der Calculus	125
5	Riemann- und Lebesgue-Integral	129
5.1	Das Riemann-Integral	129
5.2	Die Riemannsche Definition	134
5.3	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	137
5.4	Anwendungen der Integralrechnung	142
5.5	Uneigentliche Integrale	144
5.6	Nullmengen und Treppenfunktionen	150
5.7	Definition des Lebesgue-Integrals	153
5.8	Der Satz von Beppo Levi	157
5.9	Das Riemann-Stieltjes-Integral	161
5.10	Anhang: Von Riemann zu Lebesgue	165
6	Metrische und normierte Räume	169
6.1	Norm und Metrik	169
6.2	Topologische Grundbegriffe	175
6.3	Folgen in metrischen Räumen	177
6.4	Vollständige metrische Räume.	179
6.5	Kompakte metrische Räume	182
6.6	Stetige Funktionen	183
6.7	Zusammenhang	188
6.8	Der Satz von Arzelà-Ascoli	191
6.9	Anhang: Topologie und Funktionalanalysis	193
7	Mehrdimensionale Differentialrechnung	195
7.1	Lineare und quadratische Abbildungen	195
7.2	Differenzierbare Funktionen	199
7.3	Partielle und Richtungsableitungen	201
7.4	Höhere Ableitungen und der Satz von Taylor	205
7.5	Implizite Funktionen und Umkehrfunktion	210
7.6	Extrema mit Nebenbedingungen	214
7.7	Kurvenintegrale und Bogenlänge.	216
7.8	Das Lemma von Poincaré	219
7.9	Der lokale Cauchysche Integralsatz.	222
8	Das Lebesgue-Integral	225
8.1	Definition des Lebesgue-Integrals	225
8.2	Die Sätze von Beppo Levi und Lebesgue	230
8.3	Messbare Mengen und Funktionen	231
8.4	Der Satz von Fubini	236
8.5	Der Satz von Tonelli.	239
8.6	Die Transformationsformel	243

8.7	Spezielle Koordinatentransformationen	247
8.8	Die $\mathcal{L}^p$ -Räume	250
8.9	Parameterintegrale	256
8.10	Ein Ausblick: Maß, Integral und Wahrscheinlichkeit	265
9	Fourieranalysis	269
9.1	Trigonometrische Reihen und Fourierreihen	269
9.2	Konvergenz von Fourierreihen	272
9.3	Der Satz von Fejér	277
9.4	Anwendungen der Fourierreihen	279
9.5	Die Fouriertransformation	283
9.6	Der Umkehrsatz	286
9.7	Anwendungen der Fouriertransformation	289
9.8	Anhang I: Elementare Hilbertraumtheorie	295
9.9	Anhang II: Orthogonale Polynome und Quadraturformeln	296
10	Integralsätze und Vektoranalysis	301
10.1	Flächen und Mannigfaltigkeiten	301
10.2	Flächenintegrale	307
10.3	Kompakte Mannigfaltigkeiten	310
10.4	Der Integralsatz von Gauß in $\mathbb{R}^2$	313
10.5	Der Integralsatz von Gauß in $\mathbb{R}^n$	318
10.6	Der Integralsatz von Stokes in $\mathbb{R}^3$	322
10.7	Anhang: Klassische Differentialgeometrie	323
11	Gewöhnliche Differentialgleichungen: Eine Einführung	331
11.1	Differentialgleichungssysteme erster und Differential- gleichungen höherer Ordnung	331
11.2	Elementare Integrationsmethoden	334
11.3	Der Existenzsatz von Peano	341
11.4	Der Satz von Picard-Lindelöf	342
11.5	Potenzreihenlösungen	347
11.6	Lineare Systeme und Gleichungen höherer Ordnung	348
11.7	Kanonische Fundamentalsysteme	353
11.8	Abhängigkeit von Parametern und Anfangswerten	358
11.9	2D quasilineare partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung	363
11.10	Anhang: Differentialgleichungen und Analysis	364
12	Einführung in die Funktionentheorie	367
12.1	Analytische Eigenschaften holomorpher Funktionen	367
12.2	Die elementaren Funktionen	370
12.3	Singularitäten	372
12.4	Geometrische Eigenschaften holomorpher Funktionen	376
12.5	Maximumprinzip und Schwarzsches Lemma	381
12.6	Die Cauchysche Integralformel	383

12.7	Einfach und zweifach zusammenhängende Gebiete	385
12.8	Residuensatz und Argumentprinzip	390
12.9	Die Auswertung von Integralen und Reihen	393
12.10	Anhang: Cauchy, Riemann und Weierstraß	398
Stichwortverzeichnis		399