

# Inhaltsübersicht

## Band 1

- 1 Einführung
- 2 Teilchen-Welle-Dualismus
- 3 Der Einfluss der Messung
- 4 Die Wahrscheinlichkeitsamplitude
- 5 Die Wellenfunktion
- 6 Der klassische Grenzfall
- 7 Unendlich große Potentialsprünge
- 8 Die Schrödinger-Gleichung
- 9 Die eindimensionale stationäre Schrödinger-Gleichung
- 10 Eindimensionale Streuprobleme
- 11 Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik
- 12 Axiomatische Quantenmechanik
- 13 Der harmonische Oszillator
- 14 Periodische Potentiale: Das Bänder-Modell des Festkörpers
- 15 Drehimpuls und Spin (Heuristische Behandlung)\*
- 16 Der Drehimpuls
- 17 Axialsymmetrische Potentiale
- 18 Kugelsymmetrische Potentiale (Zentralpotentiale)
- 19 Das Wasserstoff-Atom
- 20 Algebraischer Zugang zur Quantenmechanik\*
- 21 Störungstheorie

---

\*Dieses Kapitel ist für das Verständnis der übrigen Kapitel nicht erforderlich und kann deshalb beim ersten Lesen übersprungen werden.

- 22 Das Ritz'sche Variationsverfahren
- 23 Geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld
- Anhang A: Die Dirac'sche  $\delta$ -Funktion
- Anhang B: Gauß-Integrale
- Anhang C: Funktionen von Operatoren
- Anhang D: Basiselemente der Variationsrechnung

**Band 2**

- 24 Formale Lösung der Schrödinger-Gleichung
- 25 Zeitabhängige Prozesse
- 26 Streutheorie
- 27 Gemischte Zustände: Statistisches Ensemble
- 28 Relativistische Quantenmechanik
- 29 Vielteilchensysteme
- 30 Die Zweite Quantisierung
- 31 Kohärente Zustände
- 32 Kontinuierliche Symmetrietransformationen
- 33 Die Wigner'schen  $\mathcal{D}$ -Funktionen
- 34 Symmetrien und Erhaltungssätze
- 35 Die Berry-Phase
- Anhang E: Das Wick'sche Theorem
- Anhang F: Grundzüge der Gruppentheorie

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>V</b>	
<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Historische Experimente zum Nachweis der Quantennatur der Materie ..	1
1.1.1	Die Hohlraumstrahlung .....	1
1.1.2	Der fotoelektrische Effekt .....	8
1.1.3	Der Compton-Effekt .....	9
<b>2</b>	<b>Teilchen-Welle-Dualismus</b>	<b>11</b>
2.1	Klassische Teilchen .....	11
2.2	Wasserwellen .....	12
2.3	Lichtwellen .....	13
2.4	Elektronen .....	15
<b>3</b>	<b>Der Einfluss der Messung</b>	<b>19</b>
3.1	Experiment zur Bestimmung des vom Elektron passierten Spaltes .....	19
3.2	Problematik des Messprozesses in der Quantenmechanik .....	21
3.3	Alternativen und Unschärferelation .....	23
<b>4</b>	<b>Die Wahrscheinlichkeitsamplitude</b>	<b>27</b>
4.1	Die Struktur der Wahrscheinlichkeitsamplitude .....	27
4.2	Der Zerlegungssatz .....	31
4.3	Vergleich mit der klassischen Mechanik .....	34
4.4	Die explizite Form der Übergangsamplitude .....	36
4.5	Phasenraumdarstellung des Propagators .....	41
4.6	Der Propagator eines freien Teilchens .....	43
4.7	Energiedarstellung des Propagators .....	47
4.8	Der Propagator einer Punktmasse in drei Dimensionen .....	48

---

<b>5</b>	<b>Die Wellenfunktion</b>	<b>51</b>
5.1	Wellenfunktion und Übergangsamplitude.....	51
5.2	Die Wellenfunktion des freien Teilchens .....	53
5.3	Wellenpakete .....	55
5.4	Materiewellen .....	59
5.5	Erwartungswerte und Unschärfe .....	62
5.6	Der Impulsraum .....	65
5.7	Messgrößen als Operatoren .....	68
<b>6</b>	<b>Der klassische Grenzfall</b>	<b>73</b>
6.1	Die stationäre Phasenapproximation .....	73
6.2	Asymptotische Darstellung der $\delta$ -Funktion .....	76
6.3	Der klassische Grenzwert des Propagators.....	77
6.4	Die Bohr-Sommerfeld'sche Quantisierungsbedingung .....	84
6.5	Die Wellenfunktion im klassisch verbotenen Bereich .....	92
6.6	Beweis der Poisson-Formel.....	93
<b>7</b>	<b>Unendlich große Potentialsprünge</b>	<b>97</b>
7.1	Die unendlich hohe Potentialkante .....	97
7.1.1	Der Propagator bei Anwesenheit einer unendlich hohen Potentialwand..	97
7.1.2	Interpretation des Propagators: Die Spiegelladungsmethode .....	102
7.2	Der unendlich hohe Potentialtopf .....	105
7.2.1	Bestimmung des Propagators mittels der Spiegelladungsmethode .....	106
7.2.2	Physikalische Interpretation des Propagators: Energieeigenzustände ..	110
<b>8</b>	<b>Die Schrödinger-Gleichung</b>	<b>113</b>
8.1	Die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung.....	113
8.2	Stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung .....	118
8.3	Das Ehrenfest-Theorem.....	119
8.3.1	Die Zeitentwicklung von Erwartungswerten .....	120
8.3.2	Beispiele .....	122
8.3.3	Analogie zur klassischen Mechanik .....	124
8.3.4	Der quantenmechanische Virialsatz .....	125
8.4	Die Schrödinger-Gleichung als Euler-Lagrange-Gleichung* .....	128
8.5	Die Kontinuitätsgleichung: Teilchendichte und Stromdichte.....	130

---

8.6	Grenzflächenverhalten der Wellenfunktion . . . . .	134
8.6.1	Motivation von Potentialsprüngen . . . . .	134
8.6.2	Verhalten der Wellenfunktion an Potentialsprüngen . . . . .	136
8.6.3	Grenzflächenverhalten der Wellenfunktion in drei Dimensionen* . . . . .	139
<b>9</b>	<b>Die eindimensionale stationäre Schrödinger-Gleichung</b>	<b>147</b>
9.1	Qualitative Diskussion der Wellenfunktion: Gebundene Zustände . . . . .	147
9.2	Die Wellenfunktion in Abhängigkeit von der Energie . . . . .	152
9.3	Strenge Eigenschaften der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung . . . . .	154
9.4	Symmetrische Potentiale: Die Parität . . . . .	158
9.5	Der unendlich hohe Potentialtopf . . . . .	160
9.6	Das $\delta$ -Potential . . . . .	165
<b>10</b>	<b>Eindimensionale Streuprobleme</b>	<b>169</b>
10.1	Streuung an einer Potentialstufe . . . . .	169
10.1.1	Streuzustände . . . . .	170
10.1.2	Transmission und Reflexion . . . . .	174
10.1.3	Teilchenenergie unterhalb der Potentialschwelle . . . . .	177
10.2	Streuung am Potentialtopf . . . . .	181
10.2.1	Streuzustände . . . . .	182
10.2.2	Resonanzen . . . . .	185
10.3	Gebundene Zustände im endlichen Potentialtopf . . . . .	188
10.3.1	Transmissionskoeffizienten für gebundene Zustände . . . . .	188
10.3.2	Die gebundenen Zustände des endlichen Potentialtopfes . . . . .	189
10.4	Die Potentialbarriere . . . . .	194
10.4.1	Quantentunnelung durch die Potentialbarriere . . . . .	195
10.4.2	Interpretation der Quantentunnelung mittels der Unschärferelation . . . . .	199
10.4.3	Große Potentialbarrieren . . . . .	200
10.4.4	Kontinuierliche Potentialberge . . . . .	201
10.4.5	Allgemeine Form des Transmissionskoeffizienten . . . . .	203
10.5	Pfadintegralberechnung des Transmissionskoeffizienten* . . . . .	204
10.6	Feldemission von Elektronen . . . . .	208
<b>11</b>	<b>Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik</b>	<b>213</b>
11.1	Der Hilbert-Raum . . . . .	214
11.2	Operatoren im Hilbert-Raum . . . . .	224
11.3	Matrixdarstellung linearer Operatoren . . . . .	232
11.4	Die Dirac-Notation . . . . .	234

---

11.5	Eigenschaften hermitescher Operatoren .....	239
11.6	Projektionsoperatoren .....	248
11.7	Das Tensorprodukt .....	250
<b>12</b>	<b>Axiomatische Quantenmechanik</b>	<b>253</b>
12.1	Grundpostulate der Quantenmechanik .....	254
12.2	Verträglichkeit von Observablen .....	257
12.3	Präparation eines Quantensystems .....	260
12.4	Allgemeine Unschärferelation .....	262
12.5	Minimum der Unschärfe .....	265
<b>13</b>	<b>Der harmonische Oszillator.</b>	<b>267</b>
13.1	Pfadintegralbehandlung des harmonischen Oszillators* .....	268
13.2	Der Quantenoszillator .....	275
13.3	Algebraische Diagonalisierung des Hamilton-Operators .....	276
13.4	Der Besetzungszahloperator .....	278
13.5	Das Spektrum des harmonischen Oszillators .....	281
13.6	Unschärferelation .....	282
13.7	Besetzungszahldarstellung .....	283
13.8	Ortsdarstellung der Energieeigenfunktionen: Die Hermite-Polynome ..	284
13.9	Der dreidimensionale harmonische Oszillator .....	290
13.10	Das unendlich schwere Teilchen* .....	293
13.11	Kohärente Zustände .....	295
<b>14</b>	<b>Periodische Potentiale: Das Bänder-Modell des Festkörpers</b>	<b>301</b>
14.1	Der Translationsoperator .....	302
14.2	Das Bloch'sche Theorem .....	304
14.3	Qualitative Beschreibung der Energiebänder* .....	306
14.4	Strenge quantenmechanische Behandlung des periodischen Potentials ..	311
14.4.1	Periodische Randbedingungen .....	311
14.4.2	Bestimmung der Energieeigenzustände .....	313
14.4.3	Energiebänder .....	315
14.4.4	Metalle, Isolatoren und Halbleiter .....	319

---

<b>15</b>	<b>Drehimpuls und Spin (Heuristische Behandlung)*</b>	<b>323</b>
15.1	Einführung .....	323
15.2	Geometrische Interpretation von Drehimpuls und Spin .....	327
15.3	Physikalische Konsequenzen des geometrischen Bildes vom Drehimpuls ..	332
<b>16</b>	<b>Der Drehimpuls</b>	<b>335</b>
16.1	Einführung .....	335
16.2	Die Eigenwerte des Drehimpulses .....	339
16.3	Geometrische Interpretation des Drehimpulses .....	344
16.4	Matrixdarstellung .....	346
16.5	Konstruktion der Eigenfunktionen des Drehimpulses im Ortsraum .....	349
16.6	Zusammenhang mit den Legendre-Funktionen .....	358
16.7	Vektoraddition von Drehimpulsen .....	358
16.8	Explizite Konstruktion der gekoppelten Drehimpulseigenzustände .....	362
<b>17</b>	<b>Axialsymmetrische Potentiale</b>	<b>365</b>
17.1	Die kinetische Energie in Zylinderkoordinaten .....	365
17.2	Die Zylinderfunktionen* .....	369
17.3	Die zylindrische Box .....	372
17.4	Der zweidimensionale rotationssymmetrische Oszillator .....	374
17.4.1	Algebraische Diagonalisierung des Hamilton-Operators .....	374
17.4.2	Analytische Lösung der Schrödinger-Gleichung .....	377
<b>18</b>	<b>Kugelsymmetrische Potentiale (Zentralpotentiale)</b>	<b>383</b>
18.1	Die kinetische Energie in Kugelkoordinaten .....	383
18.2	Kugelsymmetrische Potentiale .....	387
18.3	Bindungszustände: Grenzverhalten der Radialfunktion .....	389
18.4	Radialwellenfunktion des freien Teilchens .....	391
18.4.1	Die sphärische Besselfunktionen .....	392
18.4.2	Entwicklung der ebenen Wellen nach Kugelfunktionen .....	400
18.4.3	Kugelwellen .....	402
18.5	Die sphärische Box .....	404
18.6	Der dreidimensionale isotrope harmonische Oszillator .....	407
18.6.1	Lösung der Radialgleichung .....	407
18.6.2	Energiespektrum .....	410
18.6.3	Wellenfunktionen .....	413

---

<b>19</b>	<b>Das Wasserstoff-Atom</b>	<b>415</b>
19.1	Das Zweikörperproblem: Separation in Schwerpunkts- und Relativbewegung .....	416
19.2	Qualitative Beschreibung .....	418
19.3	Strenge quantenmechanische Behandlung .....	420
19.4	Spektrum des Wasserstoff-Atoms .....	426
19.5	Algebraische Bestimmung des Wasserstoff-Spektrums .....	431
19.6	Warum das Coulomb-Problem exakt lösbar ist .....	438
<b>20</b>	<b>Algebraischer Zugang zur Quantenmechanik*</b>	<b>443</b>
20.1	Bestimmung des Spektrums .....	443
20.2	Beziehung zur Schrödinger-Gleichung .....	450
20.3	Algebraische Bestimmung des Wasserstoff-Spektrums .....	454
<b>21</b>	<b>Störungstheorie</b>	<b>459</b>
21.1	Stationäre Störungstheorie .....	460
21.2	Störungstheorie für zwei dicht benachbarte Niveaus .....	464
21.3	Anwendung der Störungstheorie: Grundzustandsenergie des Helium-Atoms .....	468
<b>22</b>	<b>Das Ritz'sche Variationsverfahren</b>	<b>473</b>
22.1	Variationsverfahren zur Berechnung der Energieeigenzustände .....	473
22.2	Beispiele zum Ritz'schen Variationsverfahren .....	476
22.2.1	Der harmonische Oszillator .....	476
22.2.2	Der Grundzustand des Wasserstoff-Atoms .....	479
22.2.3	Variationsabschätzung der Helium-Grundzustandsenergie .....	480
22.3	Allgemeines Variationsprinzip .....	483
<b>23</b>	<b>Geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld</b>	<b>487</b>
23.1	Klassische Ladungen im äußeren elektromagnetischen Feld .....	487
23.2	Quantenmechanische Ladungen im äußeren elektromagnetischen Feld ..	491
23.3	Ladung im homogenen Magnetfeld .....	496
23.3.1	Der Zeeman-Effekt .....	499
23.4	Die Landau-Niveaus .....	501
23.4.1	Eichinvariante Diagonalisierung des Hamiltonians .....	502
23.4.2	Diagonalisierung des Hamiltonians in der Coulomb-Eichung .....	504
23.5	Ableitung des Hamilton-Operators einer Punktladung .....	510

<b>A</b>	<b>Die Dirac'sche <math>\delta</math>-Funktion</b>	<b>515</b>
A.1	Definition .....	515
A.2	Eigenschaften .....	517
A.3	Ableitung, Stammfunktion und Hauptwert .....	521
A.4	Mehrdimensionale $\delta$ -Funktion .....	524
<b>B</b>	<b>Gauß-Integrale</b>	<b>525</b>
<b>C</b>	<b>Funktionen von Operatoren</b>	<b>529</b>
C.1	Definition .....	529
C.2	Variation .....	530
C.3	Nützliche Operatoridentitäten .....	533
C.4	Die Green'sche Funktion des Laplace-Operators im $\mathbb{R}^n$ .....	535
<b>D</b>	<b>Basiselemente der Variationsrechnung</b>	<b>539</b>
D.1	Definition von Funktionalen und ihren Variationsableitungen .....	539
D.2	Funktional über einen Hilbert-Raum .....	544
<b>Index</b>		<b>549</b>

---

\*Dieses Kapitel ist für das Verständnis der übrigen Kapitel nicht erforderlich und kann deshalb beim ersten Lesen übersprungen werden.