

# Inhaltsverzeichnis

**Abbildungsverzeichnis ..... XIII**

**Tabellenverzeichnis ..... XV**

  

**1     Einleitung ..... 1**

  

**2     Überschlagsrechnen – mathematikdidaktischer Hintergrund ..... 5**

2.1   Begriffsklärung Überschlagsrechnen ..... 8

2.1.1   Abgrenzung der Begriffe Runden, Schätzen, Überschlagen ..... 8

2.1.2   Merkmale des Überschlagsrechnens ..... 13

2.2   Überschlagsrechnen und Zahlensinn ..... 18

2.2.1   Zahlensinn – zur Begrifflichkeit..... 18

2.2.2   Zusammenhang von Überschlagsrechnen und Zahlensinn..... 23

2.3   Hauptstrategien des Überschlagsrechnens..... 26

2.4   Überschlagsrechnen im Unterricht..... 32

2.4.1   Bildungsstandards und Lehrpläne ..... 33

2.4.2   Leitideen für den Unterricht..... 34

2.4.3   Aufgabentypen ..... 44

2.4.4   Einblicke in das Überschlagsrechnen in Schulbüchern..... 51

2.5   Zusammenfassung..... 58

  

**3     Vorgehensweisen beim Überschlagsrechnen..... 61**

3.1   Lösungsstrategien..... 62

3.2   Überschlagsstrategien..... 65

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 3.3      | Einfluss des Aufgabentyps auf Vorgehensweisen .....                           | 72         |
| 3.4      | Rechenmethoden zur Lösung des Überschlags .....                               | 75         |
| 3.5      | Zusammenfassung und Konsequenzen.....   | 76         |
| <b>4</b> | <b>Flexibilität beim Überschlagsrechnen .....</b>                             | <b>79</b>  |
| 4.1      | Konzepte flexiblen Rechnens.....  | 79         |
| 4.2      | Empirische Ergebnisse zu Flexibilität .....                                   | 84         |
| 4.3      | Zusammenfassung und Konsequenzen.....   | 90         |
| <b>5</b> | <b>Komponenten des Überschlagsprozesses.....</b>                              | <b>93</b>  |
| 5.1      | Affektive Faktoren, mathematische Fähigkeiten und<br>prozedurales Wissen..... | 93         |
| 5.2      | Konzeptuelles Wissen beim Überschlagsrechnen .....                            | 98         |
| 5.3      | Zusammenfassung und Konsequenzen.....   | 101        |
| <b>6</b> | <b>Fehler beim Überschlagsrechnen.....</b>                                    | <b>103</b> |
| 6.1      | Fehler beim Überschlagsrechnen .....  | 104        |
| 6.2      | Zusammenfassung und Konsequenzen.....   | 109        |
| <b>7</b> | <b>Untersuchungsdesign .....</b>  | <b>111</b> |
| 7.1      | Entwicklung der Forschungsfragen.....   | 111        |
| 7.2      | Konzeption der Untersuchung.....  | 114        |
| 7.2.1    | Erhebung der Daten.....   | 114        |
| 7.2.2    | Aufbau des Interviews und Aufgabenauswahl .....                               | 117        |
| 7.2.3    | Auswahl der Kinder .....  | 134        |
| 7.2.4    | Auswertung der Daten.....   | 135        |
| <b>8</b> | <b>Analyse der Vorgehensweisen .....</b>                                      | <b>139</b> |
| 8.1      | Lösungsstrategien.....  | 140        |

|       |   |            |
|-------|---|------------|
| 8.1.1 | Genau oder ungefähr? .....  | 140        |
| 8.1.2 | Zusammenfassung.....  | 145        |
| 8.2   | Formelle Überschlagsstrategien .....  | 146        |
| 8.2.1 | Vereinfachen durch Runden.....  | 146        |
| 8.2.2 | Kompensation .....  | 162        |
| 8.2.3 | Individuelle Strategien .....   | 170        |
| 8.2.4 | Zusammenfassung.....  | 174        |
| 8.3   | Einfluss des Aufgabentyps – Informelle Überschlagsstrategien .....                                      | 175        |
| 8.3.1 | Genaue Rechnung wird abgebrochen, keine Zahl als<br>Ergebnis .....                                      | 178        |
| 8.3.2 | Genaue Rechnung wird abgebrochen, Zahl als Ergebnis .....   | 180        |
| 8.3.3 | Genaue Rechnung wird abgebrochen, Restbetrag mit<br>Differenz verglichen, keine Zahl als Ergebnis ..... | 181        |
| 8.3.4 | Rechnung mit teilweise gerundeten Werten wird<br>abgebrochen, keine Zahl als Ergebnis .....             | 182        |
| 8.3.5 | Rechnung mit teilweise gerundeten Werten, Zahl als<br>Ergebnis .....                                    | 184        |
| 8.3.6 | Schätzen .....  | 185        |
| 8.3.7 | Zusammenfassung.....  | 187        |
| 8.4   | Rechenmethoden zur Lösung des Überschlags .....   | 189        |
| 8.5   | Zusammenfassung.....  | 192        |
| 9     | <b>Analyse der Flexibilität.....</b>  | <b>197</b> |
| 9.1   | Analyse des Einflusses ausgewählter Aufgabenmerkmale.....   | 197        |
| 9.1.1 | Erforderlicher Grad von Genauigkeit.....  | 197        |
| 9.1.2 | Faktoren mit Nachkommastellen nahe 50 Cent.....   | 206        |
| 9.1.3 | Summanden mit unterschiedlicher Stellenzahl.....  | 209        |
| 9.1.4 | Geschickte Überschlagsstrategie naheliegend.....  | 215        |
| 9.1.5 | Zusammenfassung.....  | 218        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 9.2       | Analyse flexibler Rechenkompetenzen ausgewählter Kinder .....        | 219        |
| 9.2.1     | Felix – regelgeleitetes Vorgehen .....                               | 220        |
| 9.2.2     | Paul – flexible Wahl der Lösungsstrategie und<br>Rechenmethode ..... | 224        |
| 9.2.3     | Guido – flexible Wahl der Überschlagsstrategie .....                 | 227        |
| 9.2.4     | Henry – Flexibilität auf allen Ebenen .....                          | 231        |
| 9.2.5     | Zusammenfassung .....  | 235        |
| 9.3       | Zusammenfassung .....  | 237        |
| <b>10</b> | <b>Analyse der Komponenten des Überschlagsprozesses .....</b>        | <b>241</b> |
| 10.1      | Wege der Interpretation von Überschlagergebnissen .....              | 241        |
| 10.2      | Vorgehensweisen ohne Interpretation .....                            | 248        |
| 10.3      | Zusammenfassung .....  | 254        |
| <b>11</b> | <b>Analyse von Fehlern .....</b>                                     | <b>257</b> |
| 11.1      | Überschlagsunabhängige Fehler .....                                  | 257        |
| 11.2      | Überschlagsabhängige Fehler .....                                    | 261        |
| 11.2.1    | Rundungsfehler .....   | 262        |
| 11.2.2    | Kompensationsfehler .....  | 267        |
| 11.3      | Zusammenfassung .....  | 278        |
| <b>12</b> | <b>Diskussion und Ausblick .....</b>                                 | <b>283</b> |
|           | <b>Literaturverzeichnis .....</b>                                    | <b>291</b> |
|           | <b>Anhang .....</b>  | <b>311</b> |