

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	9
1.1 Allgemeines zur Methode der finiten Elemente	9
1.2 Beispiele zur Überführung eines Problems in eine Variationsgleichung	13
1.2.1 Ein Randwertproblem: Beispiel 1	13
1.2.2 Ein Randwertproblem: Beispiel 2	15
2. Das Grundkonzept	17
2.1 Stetiges und diskretes Problem. Beispiele von finiten Elementen	17
2.1.1 Die Grundzüge der Methode	17
2.1.2 Ein erstes Beispiel und eine Schwierigkeit	21
2.1.3 Die Funktionenräume L^2 und H^1	24
2.1.4 Das erste Beispiel (Fortsetzung)	30
2.1.5 Präzisierung der Grundzüge der Methode	32
2.1.6 Beispiele von finiten Elementen	41
2.2 Der Aufbau des Gleichungssystems	56
2.2.1 Elementmatrix	56
2.2.2 Die Elementmatrix für eine spezielle Bilinearform und Dreieckelemente vom Typ 1	57
2.2.3 Die Elementmatrix für Dreieckelemente vom Typ 2	64
2.2.4 Die Elementmatrix für Rechteckelemente vom Typ 1 bzw. bilineare Viereckelemente	67
2.2.5 Die Elementmatrix für den Laplace-Operator mit Tetraeder- elementen	69
2.2.6 Elementmatrix für den Laplace-Operator mit trilinearen Quaderelementen	72
3. Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen	74
3.1 Begriff und Anwendung direkter und iterativer Verfahren	74
3.1.1 Der Gaußsche Algorithmus	76
3.1.2 Symmetrische Matrizen. Das Cholesky-Verfahren	83
3.1.3 Die Frontlösungsmethode	88
3.2 Iterative Verfahren	94
3.2.1 Allgemeine Bemerkungen	94
3.2.2 Das Jacobi-Verfahren, das Gauß-Seidel-Verfahren und das Verfahren der sukzessiven Überrelaxation (SOR)	97
3.2.3 Das Verfahren der konjugierten Gradienten	102
3.2.4 Vorkonditionierte CG-Verfahren	107
3.3 Mehrgitterverfahren	113
4. Konvergenzaussagen	121
4.1 Allgemeine Bemerkungen zur Konvergenzproblematik	121
4.2 Ein Beweis einer Fehlerabschätzung für Dreieckelemente vom Typ 1	123
4.2.1 Zurückführung des Konvergenzproblems auf ein Approximationsproblem	123

4.2.2 Die Approximation durch stückweise lineare Funktionen einer Dreieckzerlegung	124
4.2.3 Fehlerabschätzung für Dreieckelemente vom Typ 1	135
4.3 Zusammenfassung der Resultate	137
5. Numerische Integration	143
5.1 Allgemeine Bemerkungen	143
5.2 Ein Beweis einer Fehlerabschätzung für Dreieckelemente vom Typ 1 ..	144
5.3 Eine Übersicht: Passende Integrationsformeln	149
6. Randapproximation, Isoparametrische Elemente	161
6.1 Approximation des Gebietes Ω durch einen Polygonzug	161
6.2 Isoparametrische Elemente	164
6.3 Approximation des Gebietes mit Hilfe isoparametrischer Dreieckelemente vom Typ 2	169
7. Nichtkonforme FEM	171
7.1 Nichtkonforme FEM für die Laplace-Gleichung	171
7.1.1 Das diskrete Problem	171
7.1.2 Das Konvergenzproblem	175
7.1.3 Beispiele nichtkonformer finiter Dreieck- und Rechteckelemente	176
7.2 Nichtkonforme FEM für die biharmonische Gleichung	184
7.2.1 Allgemeine Bemerkungen	184
7.2.2 Das stetige und das diskrete Problem	185
7.2.3 Beispiele nichtkonformer finiter Dreieck- und Rechteckelemente	189
8. Gemischte Verfahren	196
8.1 Gemischte Verfahren für die biharmonische Gleichung	196
8.2 Gemischte Verfahren für die Laplace-Gleichung	200
8.3 Ein Strömungsproblem	205
9. Nichtstationäre (parabolische) Aufgaben	212
9.1 Das stetige, das semidiskrete und das diskrete Problem	212
9.2 Numerische Integration von Anfangswertaufgaben für Systeme von Differentialgleichungen 1. Ordnung	215
9.3 Die Diskretisierung des semidiskreten Problems	224
9.4 Eine Gesamtfehlerabschätzung	227
10. Gittergenerierung und Gittersteuerung	233
10.1 Erzeugung und Verfeinerung von Dreiecksgittern	234
10.2 Fehlerabschätzung und Gittersteuerung	238
Literatur	244
Sachverzeichnis	251