

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Fehleranalyse</b> . . . . .	1
1.1 Zahldarstellung . . . . .	1
1.2 Rundungsfehler und Gleitpunktrechnung . . . . .	4
1.3 Fehlerfortpflanzung . . . . .	8
1.4 Beispiele . . . . .	19
Übungsaufgaben . . . . .	27
Literatur . . . . .	30
<b>2 Interpolation</b> . . . . .	31
2.1 Interpolation durch Polynome . . . . .	32
2.1.1 Theoretische Grundlagen. . . . .	
Die Interpolationsformel von Lagrange . . . . .	32
2.1.2 Die Algorithmen von Neville und Aitken . . . . .	33
2.1.3 Die Newtonsche Interpolationsformel. . . . .	
Dividierte Differenzen . . . . .	37
2.1.4 Das Restglied bei der Polynominterpolation . . . . .	41
2.1.5 Hermite-Interpolation . . . . .	44
2.2 Interpolation mit rationalen Funktionen . . . . .	49
2.2.1 Allgemeine Eigenschaften der rationalen Interpolation . . . . .	50
2.2.2 Inverse und reziproke Differenzen. . . . .	
Der Thielesche Kettenbruch . . . . .	53
2.2.3 Neville-artige Algorithmen . . . . .	57
2.2.4 Anwendungen und Vergleich der beschriebenen Algorithmen . . . . .	61
2.3 Trigonometrische Interpolation . . . . .	63
2.3.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	63
2.3.2 Die Algorithmen von Goertzel und Reinsch . . . . .	67
2.3.3 Algorithmen zur schnellen Fouriertransformation	
2.3.4 Anwendungen: Näherungsweise Berechnung von Fourierkoeffizienten mittels Abmin- derungsfaktoren . . . . .	71
	76

2.4 Spline-Interpolation . . . . .	81
2.4.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	82
2.4.2 Die Berechnung von kubischen Splinefunktionen . . . . .	85
2.4.3 Konvergenzeigenschaften kubischer Splinefunktionen . . . . .	91
2.4.4 B-Splines . . . . .	95
2.4.5 Die Berechnung von B-Splines . . . . .	99
Übungsaufgaben . . . . .	104
Literatur . . . . .	112
<b>3 Integration von Funktionen . . . . .</b>	<b>114</b>
3.1 Elementare Integrationsformeln. Fehlerabschätzungen . . . . .	114
3.2 Die Euler-Maclaurinsche Summenformel . . . . .	122
3.3 Anwendung der Extrapolation auf die Integration . . . . .	125
3.4 Allgemeines über Extrapolationsverfahren . . . . .	130
3.5 Die Gaußsche Integrationsmethode . . . . .	135
3.6 Integrale mit Singularitäten . . . . .	144
Übungsaufgaben . . . . .	146
Literatur . . . . .	148
<b>4 Lineare Gleichungssysteme . . . . .</b>	<b>149</b>
4.1 Gauß-Elimination. Dreieckszerlegung einer Matrix . . . . .	149
4.2 Der Gauß-Jordan-Algorithmus . . . . .	158
4.3 Das Cholesky-Verfahren . . . . .	162
4.4 Fehlerabschätzungen . . . . .	165
4.5 Rundungsfehleranalyse der Gaußschen Eliminationsmethode . . . . .	173
4.6 Rundungsfehlerreinfluß bei der Auflösung von gestaffelten Gleichungssystemen . . . . .	178
4.7 Orthogonalisierungsverfahren. Die Verfahren von Householder und Schmidt . . . . .	180
4.8 Ausgleichsrechnung . . . . .	187
4.8.1 Das lineare Ausgleichsproblem. Die Normalgleichungen . . . . .	188
4.8.2 Orthogonalisierungsverfahren zur Lösung des linearen Ausgleichsproblems . . . . .	191
4.8.3 Die Kondition des linearen Ausgleichsproblems . . . . .	192
4.8.4 Nichtlineare Ausgleichsprobleme . . . . .	198
4.8.5 Die Pseudoinverse einer Matrix . . . . .	200
4.9 Modifikationstechniken . . . . .	202
4.10 Lineare Minimierungsprobleme. Die Simplexmethode . . . . .	211
4.11 Phase I der Simplexmethode . . . . .	222

4.12	Exkurs: Eliminationsverfahren für dünn besetzte Matrizen . . . . .	225
	Übungsaufgaben . . . . .	233
	Literatur . . . . .	238
<b>5</b>	<b>Nullstellenbestimmung durch Iterationsverfahren.</b>	
	<b>Minimierungsverfahren</b> . . . . .	241
5.1	Entwicklung von Iterationsverfahren . . . . .	242
5.2	Allgemeine Konvergenzsätze . . . . .	245
5.3	Die Konvergenz des allgemeinen Newton-Verfahrens .	249
5.4	Ein modifiziertes Newton-Verfahren . . . . .	253
5.4.1	Über die Konvergenz von Minimierungs- verfahren . . . . .	254
5.4.2	Anwendung auf das modifizierte Newton- Verfahren . . . . .	259
5.4.3	Hinweise zur praktischen Realisierung des modifizierten Newton-Verfahrens. Ein Rang-1- Verfahren von Broyden . . . . .	263
5.5	Nullstellenbestimmung für Polynome. Das Newton- sche Verfahren . . . . .	266
5.6	Sturmsche Ketten und Bisektionsverfahren . . . . .	277
5.7	Das Verfahren von Bairstow . . . . .	281
5.8	Genauigkeitsfragen bei der Nullstellenbestimmung von Polynomen . . . . .	283
5.9	Interpolationsmethoden zur Bestimmung von Nullstellen . . . . .	286
5.10	Die $\Delta^2$ -Methode von Aitken . . . . .	291
5.11	Minimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen .	296
	Übungsaufgaben . . . . .	304
	Literatur . . . . .	308
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .	310