

Inhalt

1	Rechnerarithmetik und Gleitpunktzahlen	1
1.1	Grundbegriffe und Gleitpunktarithmetik	1
1.2	Auslöschung	8
1.3	Fehlerrechnung	9
1.3.1	Fehlerfortpflanzung in arithmetischen Operationen	10
1.3.2	Fehlerfortpflanzung bei Funktionsauswertungen	11
2	Numerische Lösung von Nullstellenproblemen	17
2.1	Problemstellung	17
2.2	Das Bisektionsverfahren	18
2.3	Die Fixpunktiteration	19
2.4	Das Newton-Verfahren und seine Abkömmlinge	24
2.5	Konvergenzgeschwindigkeit	28
2.6	Das Horner-Schema – schnelle Auswertung von Polynomen	29
3	Numerische Lösung linearer Gleichungssysteme	33
3.1	Problemstellung	33
3.2	Der Gauß-Algorithmus	34
3.3	Fehlerfortpflanzung beim Gauß-Algorithmus und Pivotisierung	39
3.4	Dreieckszerlegungen von Matrizen	41
3.4.1	Die LR-Zerlegung	41
3.4.2	Die Cholesky-Zerlegung	44
3.4.3	Die QR-Zerlegung	46

3.5	Fehlerrechnung bei linearen Gleichungssystemen	53
3.6	Iterative Verfahren	58
4	Numerische Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	67
4.1	Problemstellung	67
4.2	Das Newton-Verfahren für Systeme	69
5	Interpolation	73
5.1	Problemstellung	73
5.2	Polynominterpolation	74
5.2.1	Das Neville-Aitken-Schema	78
5.2.2	Der Fehler bei der Polynominterpolation	80
5.3	Splineinterpolation	84
5.3.1	Problemstellung	84
5.3.2	Interpolation mit kubischen Splines	85
6	Ausgleichsrechnung	93
6.1	Problemstellung	93
6.2	Lineare Ausgleichsprobleme	95
6.3	Nichtlineare Ausgleichsprobleme	101
6.4	Das Gauß-Newton-Verfahren	102
7	Numerische Differenziation und Integration	107
7.1	Numerische Differenziation	107
7.1.1	Problemstellung	107
7.1.2	Differenzenformeln für höhere Ableitungen	112
7.1.3	Differenzenformeln für partielle Ableitungen	112
7.1.4	Extrapolation	113
7.2	Numerische Integration	120
7.2.1	Problemstellung	120
7.2.2	Interpolatorische Quadraturformeln	123
7.2.3	Der Quadraturfehler	124
7.2.4	Transformation auf das Intervall $[a, b]$	125
7.2.5	Der Fehler der summierten Quadraturformeln	127
7.2.6	Newton-Cotes-Formeln	128

7.2.7	Gauß-Formeln	129
7.2.8	Extrapolationsquadratur	131
7.2.9	Praktische Aspekte	134
8	Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen	137
8.1	Problemstellung	137
8.2	Das Euler-Verfahren	139
8.3	Praktische Aspekte	144
8.4	Weitere Einschrittverfahren	145
8.5	Weitere Verfahren	151
	Lösungen	153
	Literatur	171
	Stichwortverzeichnis	173