
Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen

| | |
|---------------------------------------------------|----|
| 1 Mengenlehre und Aussagenlogik | 3 |
| 1.1 Vorbemerkung | 3 |
| 1.2 Mengen | 4 |
| 1.2.1 Mengenoperationen | 6 |
| 1.2.2 Mengengesetze | 9 |
| 1.2.3 Zahlenmengen | 12 |
| 1.3 Aussagenlogik | 13 |
| 1.3.1 Logikoperatoren | 13 |
| 1.3.2 Regeln | 15 |
| 1.3.3 Gesetze der Logik | 16 |
| 1.4 Fazit | 18 |
| 2 Besondere mathematische Funktionen | 19 |
| 2.1 Vorbemerkung | 19 |
| 2.2 Summenzeichen | 20 |
| 2.3 Produktzeichen | 23 |
| 2.4 Betragsfunktion | 23 |
| 2.5 Ganzzahlfunktion | 24 |
| 2.6 Potenzen und Wurzeln | 25 |
| 2.7 Exponentialfunktionen | 27 |
| 2.8 Logarithmen | 30 |
| 2.9 Anwendung in Scilab | 33 |
| 2.10 Fazit | 35 |
| 3 Kombinatorik | 37 |
| 3.1 Vorbemerkung | 37 |
| 3.2 Fakultät und Binomialkoeffizient | 38 |
| 3.2.1 Fakultät | 38 |
| 3.2.2 Binomialkoeffizient | 38 |

| | | |
|-----|------------------------------------------------------------|----|
| 3.3 | 3.2.3 Definition des Binomialkoeffizienten in Scilab | 40 |
| 3.3 | Permutation | 40 |
| | 3.3.1 Permutation ohne Wiederholung | 41 |
| | 3.3.2 Permutation mit Wiederholung | 41 |
| 3.4 | Variation | 42 |
| | 3.4.1 Variation ohne Wiederholung | 42 |
| | 3.4.2 Variation mit Wiederholung | 44 |
| 3.5 | Kombination | 44 |
| | 3.5.1 Kombination ohne Wiederholung | 44 |
| | 3.5.2 Kombination mit Wiederholung | 45 |
| 3.6 | Fazit | 48 |

Teil II Lineare Algebra

| | | |
|----------|------------------------------------------------------------------|----|
| 4 | Vektoren | 51 |
| 4.1 | Vorbemerkung | 51 |
| 4.2 | Eigenschaften von Vektoren | 52 |
| 4.3 | Operationen mit Vektoren | 54 |
| | 4.3.1 Addition (Subtraktion) von Vektoren | 54 |
| | 4.3.2 Skalares Vielfaches eines Vektors | 54 |
| 4.4 | Geometrische Darstellung von Vektoren | 55 |
| 4.5 | Linearkombinationen und lineare Abhängigkeit von Vektoren | 55 |
| 4.6 | Linear unabhängige Vektoren und Basisvektoren | 56 |
| 4.7 | Skalarprodukt (inneres Produkt) | 58 |
| 4.8 | Vektoren in Scilab | 61 |
| 4.9 | Fazit | 62 |
| 5 | Matrizen | 63 |
| 5.1 | Vorbemerkung | 63 |
| 5.2 | Einfache Matrizen | 63 |
| 5.3 | Spezielle Matrizen | 64 |
| 5.4 | Operationen mit Matrizen | 66 |
| | 5.4.1 Addition (Subtraktion) von Matrizen | 66 |
| | 5.4.2 Multiplikation einer Matrix mit einem skalaren Faktor .. | 66 |
| | 5.4.3 Multiplikation von Matrizen | 67 |
| 5.5 | Ökonomische Anwendung | 67 |
| 5.6 | Matrizenrechnung mit Scilab | 71 |
| 5.7 | Fazit | 72 |
| 6 | Lineare Gleichungssysteme | 73 |
| 6.1 | Vorbemerkung | 74 |
| 6.2 | Inhomogene lineare Gleichungssysteme | 74 |
| | 6.2.1 Lösung eines inhomogenen Gleichungssystems | 75 |
| | 6.2.2 Linear abhängige Gleichungen im Gleichungssystem .. | 77 |

| | | |
|-------|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2.3 | Lösen eines Gleichungssystems mit dem Gauß-Algorithmus | 80 |
| 6.2.4 | Lösen eines Gleichungssystems mit Scilab | 86 |
| 6.3 | Rang einer Matrix | 86 |
| 6.3.1 | Eigenschaft des Rangs | 86 |
| 6.3.2 | Rang und lineares Gleichungssystem | 87 |
| 6.3.3 | Berechnung des Rangs mit Scilab | 88 |
| 6.4 | Inverse einer Matrix | 88 |
| 6.4.1 | Eigenschaft der Inversen | 88 |
| 6.4.2 | Berechnung der Inversen | 89 |
| 6.4.3 | Berechnung von Inversen mit Scilab | 90 |
| 6.5 | Ökonomische Anwendung: Input-Output-Analyse | 90 |
| 6.5.1 | Klassische Analyse | 91 |
| 6.5.2 | Preisanalyse | 93 |
| 6.5.3 | Lösen linearer Gleichungssysteme mit Scilab | 98 |
| 6.6 | Determinante einer Matrix | 100 |
| 6.6.1 | Berechnung von Determinanten | 101 |
| 6.6.2 | Einige Eigenschaften von Determinanten | 105 |
| 6.6.3 | Berechnung von Determinanten in Scilab | 105 |
| 6.7 | Homogene Gleichungssysteme | 106 |
| 6.7.1 | Eigenwerte | 106 |
| 6.7.2 | Eigenvektoren | 107 |
| 6.7.3 | Einige Eigenschaften von Eigenwerten | 108 |
| 6.7.4 | Ähnliche Matrizen | 108 |
| 6.7.5 | Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren mit Scilab | 110 |
| 6.8 | Fazit | 110 |
| 7 | Lineare Optimierung | 111 |
| 7.1 | Vorbemerkung | 111 |
| 7.2 | Formulierung der Grundaufgabe | 112 |
| 7.3 | Grafische Maximierung | 115 |
| 7.4 | Matrix-Formulierung der linearen Optimierung | 115 |
| 7.5 | Simplex-Methode für die Maximierung | 117 |
| 7.6 | Interpretation des Simplex-Endtableaus | 121 |
| 7.7 | Sonderfälle im Simplex-Algorithmus | 121 |
| 7.7.1 | Unbeschränkte Lösung | 121 |
| 7.7.2 | Degeneration | 122 |
| 7.7.3 | Mehrdeutige Lösung | 122 |
| 7.8 | Erweiterungen des Simplex-Algorithmus | 123 |
| 7.8.1 | Berücksichtigung von Größer-gleich-Beschränkungen | 123 |
| 7.8.2 | Berücksichtigung von Gleichungen | 126 |
| 7.9 | Ein Minimierungsproblem | 127 |
| 7.10 | Grafische Minimierung | 128 |
| 7.11 | Simplex-Methode für die Minimierung | 129 |
| 7.12 | Dualitätstheorem der linearen Optimierung | 131 |

| | |
|-------------------------------------------|-----|
| 7.13 Lineare Optimierung mit Scilab | 132 |
| 7.14 Fazit | 134 |

Teil III Analysis

| | |
|--------------------------------------------------------------|------------|
| 8 Funktionen mit einer Variablen | 137 |
| 8.1 Vorbemerkung | 137 |
| 8.2 Funktionsbegriff | 138 |
| 8.3 Rationale Funktionen | 141 |
| 8.3.1 Partialdivision und Linearfaktorzerlegung | 143 |
| 8.3.2 Regula falsi | 144 |
| 8.3.3 Nullstellenberechnung mit Scilab | 148 |
| 8.4 Gebrochen-rationale Funktionen | 149 |
| 8.5 Folgen | 151 |
| 8.5.1 Arithmetische Folge | 152 |
| 8.5.2 Geometrische Folge | 153 |
| 8.6 Reihen | 153 |
| 8.6.1 Arithmetische Reihe | 154 |
| 8.6.2 Geometrische Reihe | 155 |
| 8.7 Fazit | 156 |
| 9 Grundlagen der Finanzmathematik | 159 |
| 9.1 Vorbemerkung | 160 |
| 9.2 Tageszählkonventionen | 161 |
| 9.3 Lineare Zinsrechnung | 162 |
| 9.4 Exponentielle Zinsrechnung | 163 |
| 9.4.1 Nachschüssige exponentielle Verzinsung | 163 |
| 9.4.2 Vorschüssige exponentielle Verzinsung | 165 |
| 9.4.3 Gemischte Verzinsung | 166 |
| 9.4.4 Unterjährige periodische Verzinsung | 167 |
| 9.5 Rentenrechnung | 172 |
| 9.5.1 Rentenrechnung mit linearer Verzinsung | 172 |
| 9.5.2 Rentenrechnung mit exponentieller Verzinsung | 174 |
| 9.6 Besondere Renten | 187 |
| 9.6.1 Wachsende Rente | 187 |
| 9.6.2 Ewige Rente | 188 |
| 9.7 Kurs- und Renditeberechnung eines Wertpapiers | 189 |
| 9.7.1 Kursberechnung | 189 |
| 9.7.2 Renditeberechnung für ein Wertpapier | 192 |
| 9.7.3 Berechnung einer Wertpapierrendite mit Scilab | 194 |
| 9.7.4 Zinsstruktur | 194 |
| 9.7.5 Barwertberechnung bei nicht-flacher Zinsstruktur | 195 |
| 9.7.6 Berechnung von Nullkuponrenditen mit Scilab | 199 |
| 9.7.7 Duration | 200 |

| | | |
|--------|---------------------------------------------------------------------|-----|
| 9.7.8 | Berechnung der Duration mit Scilab | 203 |
| 9.8 | Annuitätenrechnung | 204 |
| 9.8.1 | Annuität | 205 |
| 9.8.2 | Restschuld | 206 |
| 9.8.3 | Tilgungsrate | 207 |
| 9.8.4 | Tilgungsplan | 208 |
| 9.8.5 | Berechnung eines Tilgungsplans mit Scilab | 209 |
| 9.8.6 | Anfänglicher Tilgungssatz | 210 |
| 9.8.7 | Effektiver Kreditzinssatz | 212 |
| 9.8.8 | Berechnung des effektiven Kreditzinssatzes mit Scilab | 217 |
| 9.8.9 | Mittlere Kreditlaufzeit | 218 |
| 9.9 | Investitionsrechnung | 221 |
| 9.9.1 | Kapitalwertmethode | 221 |
| 9.9.2 | Methode des internen Zinssatzes | 223 |
| 9.9.3 | Berechnungen mit Scilab | 224 |
| 9.9.4 | Probleme der Investitionsrechnung | 225 |
| 9.10 | Fazit | 229 |
| 10 | Differentialrechnung für Funktionen mit einer Variable | 231 |
| 10.1 | Vorbemerkung | 232 |
| 10.2 | Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion | 232 |
| 10.3 | Differentialquotient | 234 |
| 10.3.1 | Ableitung einer Potenzfunktion | 236 |
| 10.3.2 | Ableitung der Exponentialfunktion | 237 |
| 10.3.3 | Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion | 238 |
| 10.3.4 | Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion | 238 |
| 10.4 | Differentiation von verknüpften Funktionen | 238 |
| 10.4.1 | Konstant-Faktor-Regel | 238 |
| 10.4.2 | Summenregel | 239 |
| 10.4.3 | Produktregel | 239 |
| 10.4.4 | Quotientenregel | 240 |
| 10.4.5 | Kettenregel | 241 |
| 10.5 | Ergänzende Differentiationstechniken | 243 |
| 10.5.1 | Ableitung der Umkehrfunktion | 243 |
| 10.5.2 | Ableitung einer logarithmierten Funktion | 244 |
| 10.5.3 | Ableitung der Exponentialfunktion zur Basis a | 245 |
| 10.5.4 | Ableitung der Logarithmusfunktion zur Basis a | 245 |
| 10.6 | Höhere Ableitungen und Extremwerte | 246 |
| 10.7 | Newton-Verfahren | 249 |
| 10.8 | Ökonomische Anwendung | 252 |
| 10.8.1 | Ertragsfunktion | 253 |
| 10.8.2 | Beziehung zwischen Grenzerlös und Preis | 255 |
| 10.8.3 | Kostenfunktion | 257 |
| 10.8.4 | Individuelle Angebotsplanung unter vollkommener Konkurrenz | 260 |

| | | |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 10.8.5 | Angebotsverhalten eines Monopolisten | 263 |
| 10.8.6 | Elastizitäten | 267 |
| 10.9 | Fazit | 271 |
| 11 | Funktionen und Differentialrechnung mit zwei Variablen | 273 |
| 11.1 | Vorbemerkung | 273 |
| 11.2 | Funktionen mit zwei Variablen | 274 |
| 11.2.1 | Isoquanten | 275 |
| 11.2.2 | Nullstellen | 275 |
| 11.3 | Differenzieren von Funktionen mit zwei Variablen | 276 |
| 11.3.1 | Partielles Differential | 276 |
| 11.3.2 | Partielles Differential höherer Ordnung | 278 |
| 11.3.3 | Totales Differential | 278 |
| 11.3.4 | Differentiation impliziter Funktionen | 279 |
| 11.3.5 | Ökonomische Anwendungen | 280 |
| 11.4 | Extremwertbestimmung | 283 |
| 11.5 | Extremwertbestimmung unter Nebenbedingung | 286 |
| 11.5.1 | Interpretation des Lagrange-Multiplikators | 290 |
| 11.5.2 | Hinreichende Bedingung für ein Maximum bzw. Minimum | 290 |
| 11.5.3 | Ökonomische Anwendung: Minimalkostenkombination | 294 |
| 11.5.4 | Ökonomische Anwendung: Portfolio-Theorie nach Markowitz | 297 |
| 11.6 | Fazit | 316 |
| 12 | Grundlagen der Integralrechnung | 317 |
| 12.1 | Vorbemerkung | 317 |
| 12.2 | Das unbestimmte Integral | 318 |
| 12.2.1 | Integrale für elementare Funktionen | 319 |
| 12.2.2 | Integrationsregeln | 320 |
| 12.2.3 | Ökonomische Anwendung | 327 |
| 12.3 | Das bestimmte Integral | 329 |
| 12.3.1 | Hauptsatz der Integralrechnung | 330 |
| 12.3.2 | Eigenschaften bestimmter Integrale | 331 |
| 12.3.3 | Beispiele für bestimmte Integrale | 333 |
| 12.3.4 | Ökonomische Anwendung | 334 |
| 12.3.5 | Integralberechnung mit Scilab | 335 |
| 12.4 | Uneigentliche Integrale | 336 |
| 12.4.1 | Ökonomische Anwendung | 337 |
| 12.4.2 | Statistische Anwendung | 337 |
| 12.5 | Fazit | 338 |

Teil IV Anhang

| | |
|--------------------------------------------------|-----|
| Eine kurze Einführung in Scilab | 341 |
|--------------------------------------------------|-----|

| | |
|--------------------------------------|------------|
| Lösungen zu den Übungen | 345 |
| Literaturverzeichnis | 371 |
| Sachverzeichnis | 373 |