

# Inhaltsverzeichnis

## I Vektorrechnung

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem                               | Mathematisches Stoffgebiet                               | Seite |
|----------|---|--|-------|
| 1        | Kraftzerlegung am Keil  | Zerlegung eines Vektors in Komponenten                   | 1     |
| 2        | Zusammengesetzte Bewegung einer Fähre                                   | Vektoraddition   | 2     |
| 3        | Kräftegleichgewicht an einem belasteten Rollensystem                    | Vektoraddition   | 3     |
| 4        | Zweifach gelagerte Welle bei Belastung                                  | Komponentenrechnung                                      | 4     |
| 5        | Stabkräfte (Reaktionskräfte) in einem Ausleger                          | Vektoraddition   | 5     |
| 6        | Schwerpunkt eines Massenpunkt-systems                                   | Vektoraddition   | 7     |
| 7        | Überlagerung elektrischer Felder  | Vektoraddition   | 8     |
| 8        | Kraftwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern                       | Vektorprodukt  | 10    |
| 9        | Stabkräfte (Reaktionskräfte) in einem belasteten Dreibein               | Räumliche Vektoraddition, Gaußscher Algorithmus          | 11    |
| 10       | Arbeit an einer Punktladung in einem elektrischen Feld                  | Skalarprodukt  | 14    |
| 11       | Durchbiegung eines Balkens bei Belastung durch mehrere Kräfte           | Skalarprodukt  | 15    |
| 12       | Moment einer Kraft in einem Kugelgelenk                                 | Vektorprodukt, Richtungswinkel                           | 17    |
| 13       | Umfangsgeschwindigkeit einer rotierenden Zylinderscheibe                | Vektorprodukt, Ableitung eines Vektors                   | 18    |
| 14       | Drehmoment einer stromdurchflossenen Leiterschleife in einem Magnetfeld | Vektorprodukt  | 19    |
| 15       | Kräftefreie Bewegung eines Elektrons in einem elektromagnetischen Feld  | Vektorprodukt, Richtungswinkel                           | 20    |
| 16       | Fachwerk im statischen Gleichgewicht                                    | Vektoraddition, Vektorprodukt, lineares Gleichungssystem | 21    |

|    |   |  |    |
|----|---|--|----|
| 17 | Komplanare Kraftvektoren  | Vektoraddition, Richtungswinkel, Spatprodukt       | 24 |
| 18 | Spannungsstoß in einer Leiterschleife infolge elektromagnetischer Induktion | Vektor- und Spatprodukt                            | 25 |
| 19 | Bewegung von Ladungsträgern in einem Magnetfeld                             | Ableitungen eines Vektors, Skalar- und Spatprodukt | 27 |

## II Funktionen und Kurven

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem                                       | Mathematisches Stoffgebiet  | Seite |
|----------|---|---|-------|
| 1        | Reihenschaltung aus $n$ gleichen Spannungsquellen                               | Diskrete Funktion   | 29    |
| 2        | Zeitversetzter freier Fall zweier Kugeln  | Lineare Funktion  | 30    |
| 3        | Zugspannung in einem rotierenden Stab   | Quadratische Funktion   | 32    |
| 4        | Sortierzvorrichtung   | Parameterdarstellung, quadratische Funktion                       | 33    |
| 5        | Aufeinander abrollende Zahnräder (Epizykloide)                                  | Parameterdarstellung einer Kurve                                  | 34    |
| 6        | Fallbeschleunigung innerhalb und außerhalb eines Erdkanals                      | Lineare Funktion, gebrochenrationale Funktion                     | 38    |
| 7        | Verteilung der Stromdichte in einem stromdurchflossenen Hohlzylinder            | Gebrochenrationale Funktion                                       | 40    |
| 8        | Kapazität eines Kondensators mit geschichtetem Dielektrikum                     | Gebrochenrationale Funktion                                       | 41    |
| 9        | Magnetfeld in der Umgebung einer stromdurchflossenen elektrischen Doppelleitung | Gebrochenrationale Funktion                                       | 42    |
| 10       | Kennlinien einer Glühlampe  | Interpolationsformel von Newton, kubische Funktion, Horner-Schema | 45    |
| 11       | Doppelschieber  | Parameterdarstellung, Kegelschnittgleichung                       | 47    |
| 12       | Rollbewegung einer Zylinderwalze längs einer schiefen Ebene                     | Wurzelfunktion  | 49    |
| 13       | Ballistisches Pendel  | Zusammengesetzte Funktion   | 50    |

|    |   |  |    |
|----|---|--|----|
| 14 | Momentane (zeitabhängige) Leistung eines Wechselstroms  | Sinus- und Kosinusfunktionen   | 52 |
| 15 | Überlagerung gleichfrequenter Schwingungen gleicher Raumrichtung                                  | Sinus- und Kosinusfunktionen   | 54 |
| 16 | Lissajous-Figuren   | Parameterdarstellung, Sinus- und Kosinusfunktionen, Wurzelfunktionen | 56 |
| 17 | Schwebungen   | Trigonometrische Funktionen  | 58 |
| 18 | Fliehkraft- oder Zentrifugalkraftregler   | Trigonometrische Funktionen, Arkuskosinusfunktion                    | 60 |
| 19 | Ladestrom in einer RC-Parallelschaltung   | Exponentialfunktion (Abklingfunktion)                                | 62 |
| 20 | RC-Glied mit Rampenspannung   | Exponentialfunktion (Sättigungsfunktion)                             | 64 |
| 21 | Aperiodischer Grenzfall einer Schwingung  | Kriechfunktion (Exponentialfunktion)                                 | 65 |
| 22 | Barometrische Höhenformel   | Logarithmusfunktion  | 66 |
| 23 | Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und Fallweg unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes | Hyperbelfunktionen   | 68 |

### III Differentialrechnung

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem  | Mathematisches Stoffgebiet                     | Seite |
|----------|--|--|-------|
| 1        | Induktionsspannung in einer Leiterschleife   | Elementare Differentiation                     | 70    |
| 2        | Elektronenstrahl-Oszilloskop   | Elementare Differentiation, Tangentengleichung | 71    |
| 3        | Querkraft- und Momentenverlauf längs eines belasteten Trägers                                    | Elementare Differentiation                     | 73    |
| 4        | Rotierende Zylinderscheibe in einer zähen Flüssigkeit  | Differentiation (Kettenregel)                  | 75    |
| 5        | Kurbeltrieb  | Differentiation (Kettenregel)                  | 76    |
| 6        | Zusammenhang zwischen Fallbeschleunigung und Fallweg unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes | Differentiation (Kettenregel)                  | 78    |

|    |   |  |     |
|----|---|--|-----|
| 7  | Periodische Bewegung eines Massenpunktes  | Differentiation eines zeitabhängigen Ortsvektors | 80  |
| 8  | Rollkurve oder gewöhnliche Zykloide   | Differentiation eines zeitabhängigen Ortsvektors | 82  |
| 9  | Linearisierung einer Halbleiter-Kennlinie   | Linearisierung einer Funktion                    | 84  |
| 10 | Linearisierung der Widerstandskennlinie eines Thermistors (Heißleiters)                   | Linearisierung einer Funktion                    | 86  |
| 11 | Kritische Daten eines realen Gases  | Sattelpunkt                                      | 88  |
| 12 | Wurfparabel eines Wasserstrahls   | Extremwertaufgabe                                | 91  |
| 13 | Scheibenpendel mit minimaler Schwingungsdauer   | Extremwertaufgabe                                | 93  |
| 14 | Leistungsanpassung eines Verbraucherwiderstandes  | Extremwertaufgabe                                | 95  |
| 15 | Resonanzfall bei einer erzwungenen Schwingung   | Extremwertberechnung                             | 97  |
| 16 | Optimale Beleuchtung eines Punktes durch eine Lichtquelle                                 | Extremwertaufgabe                                | 99  |
| 17 | Gaußsche Normalverteilung   | Extremwerte, Wendepunkte                         | 101 |
| 18 | Elektrische Feldstärke in der Umgebung einer elektrischen Doppelleitung                   | Kurvendiskussion                                 | 104 |
| 19 | Ungestörte Überlagerung zeit-abhängiger Impulse   | Kurvendiskussion                                 | 106 |
| 20 | Überlagerung von Sinusschwingungen gleicher Raumrichtung, aber unterschiedlicher Frequenz | Kurvendiskussion                                 | 110 |
| 21 | Fallgeschwindigkeit mit und ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes                    | Grenzwertregel von Bernoulli und de L'Hospital   | 113 |
| 22 | Erwogene Schwingung im Resonanzfall   | Grenzwertregel von Bernoulli und de L'Hospital   | 115 |
| 23 | Eintauchtiefe einer Boje in Salzwasser  | Tangentenverfahren von Newton                    | 118 |
| 24 | Freihängendes Seil (Seilkurve, Kettenlinie)   | Tangentenverfahren von Newton                    | 120 |

## IV Integralrechnung

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem   | Mathematisches Stoffgebiet                | Seite |
|----------|---|---|-------|
| 1        | Induktionsspannung in einer in einem Magnetfeld rotierenden Metallscheibe                 | Elementare Integration (Grundintegral)    | 123   |
| 2        | Rollbewegung einer Kugel längs einer schiefen Ebene                                       | Elementare Integrationen (Grundintegrale) | 124   |
| 3        | Oberflächenprofil einer rotierenden Flüssigkeit   | Elementare Integration (Grundintegral)    | 126   |
| 4        | Resultierende eines ebenen parallelen Kräftesystems                                       | Elementare Integrationen (Grundintegrale) | 127   |
| 5        | Querkraft und Biegemoment längs eines Balkens mit linear ansteigender Last (Dreieckslast) | Elementare Integrationen (Grundintegrale) | 129   |
| 6        | Fliehkraft- oder Zentrifugalkraftregler   | Elementare Integration (Grundintegral)    | 130   |
| 7        | Massenträgheitsmoment eines Rotationskörpers mit elliptischem Querschnitt                 | Elementare Integration (Grundintegral)    | 133   |
| 8        | Zugstab mit konstanter Zugspannung  | Elementare Integrationen (Grundintegrale) | 134   |
| 9        | Magnetischer Fluss durch eine Leiterschleife  | Elementare Integrationen (Grundintegrale) | 135   |
| 10       | Kapazität eines Koaxialkabels   | Elementare Integration (Grundintegral)    | 137   |
| 11       | Übergangswiderstand einer Kugel   | Elementare Integration (Grundintegral)    | 138   |
| 12       | Arbeit im Gravitationsfeld der Erde   | Elementare Integration (Grundintegral)    | 140   |
| 13       | Elektrischer Widerstand eines kegelstumpfförmigen Kontaktes                               | Integration mittels Substitution          | 141   |
| 14       | Freier Fall unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes                                   | Integration mittels Substitution          | 143   |
| 15       | Aufladung eines Kondensators in einem RC-Schaltkreis                                      | Integration mittels Substitution          | 145   |
| 16       | Rotation einer Scheibe in einer Flüssigkeit   | Integration mittels Substitution          | 147   |

|    |  |   |     |
|----|--|---|-----|
| 17 | Kapazität einer elektrischen Doppelleitung                             | Integration mittels Substitution  | 149 |
| 18 | Effektivwert eines Wechselstroms                                       | Integration mittels Substitution  | 150 |
| 19 | Bogenlänge einer Epizykloide   | Integration mittels Substitution  | 152 |
| 20 | Fallgesetze bei Berücksichtigung des Luftwiderstandes                  | Integration mittels Substitution  | 155 |
| 21 | Mittlere Geschwindigkeit von Gasmolekülen                              | Partielle Integration   | 156 |
| 22 | Durchschnittliche Leistung eines Wechselstroms in einem RL-Schaltkreis | Integration mittels Substitution bzw. partieller Integration                              | 159 |
| 23 | Induktivität einer elektrischen Doppelleitung                          | Integration durch Partialbruchzerlegung des Integranden, Integration mittels Substitution | 162 |
| 24 | Schwingungsdauer eines Fadenpendels                                    | Numerische Integration nach Simpson   | 164 |

## V Taylor- und Fourier-Reihen

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem   | Mathematisches Stoffgebiet                         | Seite |
|----------|---|--|-------|
| 1        | Fallgeschwindigkeit mit und ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes            | Grenzwertbestimmung mittels Reihenentwicklung      | 167   |
| 2        | Elektrischer Widerstand zwischen zwei koaxialen Zylinderelektroden (Hohlzylinder) | Potenzreihenentwicklung, Näherungspolynome         | 169   |
| 3        | Temperaturabhängigkeit der Dichte eines Festkörpers                               | Potenzreihenentwicklung, lineare Näherungsfunktion | 171   |
| 4        | Magnetische Feldstärke in der Mitte einer stromdurchflossenen Zylinderspule       | Potenzreihenentwicklung, Näherungspolynom          | 172   |
| 5        | Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit in Luft                          | Potenzreihenentwicklung, lineare Näherungsfunktion | 174   |
| 6        | Spiegelgalvanometer   | Potenzreihenentwicklung, lineare Näherungsfunktion | 176   |
| 7        | Kapazität einer elektrischen Doppelleitung  | Potenzreihenentwicklung, Näherungsformel           | 177   |

|    |  |   |     |
|----|--|---|-----|
| 8  | Relativistische Masse und Energie eines Elektrons                        | Potenzreihenentwicklung, Näherungspolynom                         | 179 |
| 9  | RC-Schaltung mit Rampenspannung  | Potenzreihenentwicklung, Näherungsfunktionen                      | 180 |
| 10 | Freihängendes Seil (Seilkurve, Kettenlinie)                              | Lösen einer Gleichung mittels Reihenentwicklung, Näherungsparabel | 182 |
| 11 | Gaußsche Normalverteilung  | Integration durch Potenzreihenentwicklung des Integranden         | 184 |
| 12 | Schwingungsdauer eines Fadenpendels                                      | Integration durch Potenzreihenentwicklung des Integranden         | 186 |
| 13 | Fourier-Zerlegung einer periodischen Folge rechteckiger Spannungsimpulse | Fourier-Reihe, Amplitudenspektrum                                 | 190 |
| 14 | Fourier-Reihe einer Kippspannung (Sägezahnimpuls)                        | Fourier-Reihe in reller Form                                      | 194 |
| 15 | Fourier-Zerlegung eines „angeschnittenen“ Wechselstroms                  | Fourier-Reihe in reller Form                                      | 196 |
| 16 | Fourier-Reihe einer Kippschwingung                                       | Fourier-Reihe in komplexer und reeller Form                       | 200 |

## VI Komplexe Zahlen und Funktionen

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem                        | Mathematisches Stoffgebiet                          | Seite |
|----------|--|---|-------|
| 1        | Resonanz im Parallelschwingkreis                                 | Komplexe Rechnung                                   | 203   |
| 2        | Ohmscher Spannungsteiler   | Komplexe Rechnung                                   | 204   |
| 3        | Berechnung des komplexen Widerstandes eines Netzwerkes           | Komplexe Rechnung                                   | 206   |
| 4        | Wechselstrommessbrücke   | Komplexe Rechnung                                   | 208   |
| 5        | Wechselstromparadoxon  | Komplexe Rechnung                                   | 210   |
| 6        | Komplexer Wechselstromkreis                                      | Komplexe Rechnung                                   | 212   |
| 7        | Überlagerung gleichfrequenter Schwingungen gleicher Raumrichtung | Komplexe Zeiger, Zeigerdiagramm                     | 215   |
| 8        | Leitwertortskurve einer RC-Parallelschaltung                     | Ortskurve einer parameterabhängigen komplexen Größe | 218   |
| 9        | Widerstands- und Leitwertortskurve einer RL-Reihenschaltung      | Ortskurven parameterabhängiger komplexer Größen     | 219   |

## VII Lineare Algebra

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem   | Mathematisches Stoffgebiet  | Seite |
|----------|---|---|-------|
| 1        | Widerstands- und Kettenmatrix eines linearen Vierpols                                   | Matrix, Determinante einer Matrix   | 221   |
| 2        | Vierpolgleichungen für ein symmetrisches T-Glied  | Matrizenrechnung, inverse Matrix  | 223   |
| 3        | Symmetrische $\pi$ -Schaltung   | Multiplikation von Matrizen   | 226   |
| 4        | Kettenschaltung von Vierpolen   | Multiplikation von Matrizen   | 227   |
| 5        | Durchbiegung eines Trägers bei Belastung durch mehrere Kräfte (Superpositionsprinzip)   | Multiplikation von Matrizen (Falk-Schema)                                   | 228   |
| 6        | Eigenkreisfrequenzen einer Biegeschwingung  | Determinantengleichung  | 230   |
| 7        | Elektromagnetische Induktion in einem durch ein Magnetfeld bewegten elektrischen Leiter | Dreireihige Determinante  | 232   |
| 8        | Kritische Drehzahlen einer zweifach gelagerten Welle                                    | Homogenes lineares Gleichungssystem, Determinantengleichung                 | 233   |
| 9        | Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke                                       | Homogenes lineares Gleichungssystem, Determinanten                          | 236   |
| 10       | Torsionsschwingung einer Welle  | Dreireihige Determinante  | 238   |
| 11       | Verzweigter Stromkreis  | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Cramersche Regel                     | 239   |
| 12       | Beschleunigte Massen in einem Rollensystem  | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Cramersche Regel                     | 241   |
| 13       | Berechnung der Zweigströme in einem elektrischen Netzwerk                               | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Cramersche Regel                     | 243   |
| 14       | Netzwerkanalyse nach dem Maschenstromverfahren  | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Gaußscher Algorithmus                | 244   |
| 15       | Berechnung der Zweigströme in einem elektrischen Netzwerk                               | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Gaußscher Algorithmus (Matrizenform) | 247   |
| 16       | Berechnung der Ströme in einer Netzmasche   | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Gaußscher Algorithmus                | 249   |
| 17       | Modifizierter Gerber-Träger   | Inhomogenes lineares Gleichungssystem, Gaußscher Algorithmus                | 251   |
| 18       | Normalschwingungen eines diatomaren Moleküls (Zwei-Teilchen-Schwinger)                  | 2-dimensionales Eigenwertproblem  | 254   |

## VIII Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem   | Mathematisches Stoffgebiet                           | Seite |
|----------|---|--|-------|
| 1        | Potential und elektrische Feldstärke im elektrostatischen Feld zweier Punktladungen                                   | Partielle Ableitungen 1. Ordnung                     | 258   |
| 2        | Statisch unbestimmt gelagerter Balken   | Partielle Ableitungen                                | 260   |
| 3        | Temperaturverteilung längs eines Metallstabes (eindimensionale Wärmeleitungsgleichung)                                | Partielle Ableitungen                                | 263   |
| 4        | Kapazität einer Kondensatorschaltung  | Totales oder vollständiges Differential              | 265   |
| 5        | Schwingungsgleichung der Mechanik   | Totales oder vollständiges Differential              | 267   |
| 6        | Thermodynamische Zustandsfunktionen   | Totales Differential, wegunabhängiges Linienintegral | 268   |
| 7        | Selbstinduktivität einer elektrischen Doppelleitung   | Linearisierung einer Funktion                        | 270   |
| 8        | Leistungsanpassung beim Wechselstromgenerator   | Extremwertaufgabe                                    | 273   |
| 9        | Eine Anwendung des Gaußschen Fehlerintegrals  | Extremwertaufgabe                                    | 277   |
| 10       | Flächeninhalt und Flächenschwerpunkt eines Kreisabschnittes (Kreissegmentes)  | Doppelintegrale in kartesischen Koordinaten          | 281   |
| 11       | Magnetischer Fluss durch eine Leiterschleife  | Doppelintegral in Polarkoordinaten                   | 284   |
| 12       | Stromstärke in einem Leiter bei ortsabhängiger Stromdichte  | Doppelintegral in Polarkoordinaten                   | 285   |
| 13       | Gaußsche Normalverteilung   | Doppelintegral in Polarkoordinaten                   | 287   |
| 14       | Schwerpunkt, Hauptachsen und Hauptflächenmomente 2. Grades (Hauptflächenträgheitsmomente) einer trapezförmigen Fläche | Doppelintegrale in kartesischen Koordinaten          | 291   |
| 15       | Volumen und Schwerpunkt eines Tetraeders  | Dreifachintegrale in kartesischen Koordinaten        | 296   |

|    |  |  |     |
|----|--|--|-----|
| 16 | Massenträgheitsmoment eines Speichenrades  | Dreifachintegral in Zylinderkoordinaten  | 299 |
| 17 | Schwerpunkt eines rotations-symmetrischen Körpers mit elliptischem Querschnitt und zylindrischer Bohrung | Dreifachintegrale in Zylinderkoordinaten | 301 |
| 18 | Massenträgheitsmomente eines homogenen Kegels  | Dreifachintegrale in Zylinderkoordinaten | 304 |
| 19 | Silo (Großspeicher) mit inhomogener Füllmasse  | Dreifachintegrale in Zylinderkoordinaten | 310 |
| 20 | Kugelsymmetrische Ladungsverteilung in einer Kugel   | Dreifachintegral in Kugelkoordinaten     | 313 |

## IX Gewöhnliche Differentialgleichungen

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem                                     | Mathematisches Stoffgebiet  | Seite |
|----------|---|---|-------|
| 1        | Raketengleichung  | Dgl 1. Ordnung vom Typ<br>$y' = f(x)$<br>(Integration mittels Substitution) | 315   |
| 2        | RL-Schaltkreis mit einer Gleichstromquelle                                    | Homogene lineare Dgl 1. Ordnung<br>(Trennung der Variablen)                 | 319   |
| 3        | Seilkräfte und Seilreibung  | Homogene lineare Dgl 1. Ordnung<br>(Trennung der Variablen)                 | 322   |
| 4        | Fallbewegung einer Kugel in einer zähen Flüssigkeit                           | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung<br>(Variation der Konstanten)             | 323   |
| 5        | RC-Schaltkreis mit einer Gleichspannungsquelle                                | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung<br>(Variation der Konstanten)             | 327   |
| 6        | RC-Wechselstromkreis  | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung<br>(Aufsuchen einer partikulären Lösung)  | 330   |
| 7        | Biegelinie eines beidseitig eingespannten Balkens bei konstanter Streckenlast | Dgl. 2. Ordnung vom Typ<br>$y'' = f(x)$ (direkte Integration)               | 334   |
| 8        | Knicklast nach Euler  | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(Schwingungsgleichung)                   | 336   |
| 9        | Radialbewegung einer Masse in einer geraden, rotierenden Führung              | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung   | 338   |

|    |  |   |     |
|----|--|---|-----|
| 10 | Elektromagnetischer Schwingkreis                                     | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(Schwingungsgleichung)   | 340 |
| 11 | Biegeschwingung einer elastischen Blattfeder                         | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(Schwingungsgleichung)   | 342 |
| 12 | Scheibenpendel (physikalisches Pendel)                               | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(Schwingungsgleichung)   | 345 |
| 13 | Vertikale Schwingungen eines Körpers in einer Flüssigkeit            | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(gedämpfte Schwingung)   | 347 |
| 14 | Schwingung eines rotierenden Federpendels                            | Inhomogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(Schwingungsgleichung, Aufsuchen einer partikulären Lösung)  | 349 |
| 15 | Drehspulinstrument   | Inhomogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(Schwingungsgleichung, Aufsuchen einer partikulären Lösung)  | 352 |
| 16 | Erzwungene mechanische Schwingung                                    | Inhomogene lineare Dgl 2. Ordnung<br>(erzwungene Schwingung, Aufsuchen einer partikulären Lösung) | 356 |
| 17 | Gleichung einer Seilkurve (Kettenlinie)                              | Nichtlineare Dgl 2. Ordnung<br>(Substitutionsmethode, Trennung der Variablen)                     | 359 |
| 18 | Torsionsschwingungen einer zweifach besetzten elastischen Welle      | System linearer Dgln 2. Ordnung   | 361 |
| 19 | Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld                               | System linearer Dgln 2. Ordnung   | 363 |
| 20 | 2-stufige chemische Reaktion vom Typ $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ | System homogener linearer Dgln 1. Ordnung, Matrizeneigenwertproblem, Lineares Gleichungssystem    | 367 |

## X Fehler- und Ausgleichsrechnung

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem  | Mathematisches Stoffgebiet   | Seite |
|----------|--|--|-------|
| 1        | Widerstandsmoment eines kreisringförmigen Rohrquerschnittes gegen Torsion (Verdrehung) | Maximale Messunsicherheit<br>(Maximalfehler, maximaler oder größtmöglicher Fehler) | 372   |
| 2        | Kombinierte Parallel-Reihenschaltung elastischer Federn                                | Maximale Messunsicherheit<br>(Maximalfehler, maximaler oder größtmöglicher Fehler) | 374   |

|   |  |   |     |
|---|--|---|-----|
| 3 | Selbstinduktivität einer elektrischen Doppelleitung    | Fehlerfortpflanzung nach Gauß   | 376 |
| 4 | Wirkleistung eines Wechselstroms                       | Maximale Messunsicherheit (Maximalfehler, maximaler oder größtmöglicher Fehler)                                       | 378 |
| 5 | Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke      | Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwertes (mittlerer Fehler des Mittelwertes), Fehlerfortpflanzung nach Gauß | 380 |
| 6 | Massenträgheitsmoment eines dünnen Stabes              | Auswertung von Messreihen, Fehlerfortpflanzung nach Gauß  | 382 |
| 7 | Widerstandskennlinie eines Thermistors (Heißleiters)   | Ausgleichskurve (Exponentialfunktion)   | 384 |
| 8 | Kennlinie eines nichtlinearen Widerstandes (Glühlampe) | Ausgleichskurve (kubische Funktion)   | 386 |

## XI Fourier-Transformationen

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem                            | Mathematisches Stoffgebiet   | Seite |
|----------|--|--|-------|
| 1        | Spektraldichte eines $\cos^2$ -Impulses                              | Fourier-Integral, Fourier-Kosinus-Transformation   | 390   |
| 2        | Amplituden- und Phasengang eines DT <sub>I</sub> -Regelkreisgliedes  | Fourier-Transformation, Frequenzspektrum   | 392   |
| 3        | Beidseitig gedämpfte (amplitudensmodulierte) Sinusschwingung         | Fourier-Integral, Fourier-Sinus-Transformation   | 394   |
| 4        | Spektraldichte (Frequenzspektrum) eines modulierten Rechteckimpulses | Fourier-Integral, Dämpfungssatz (Frequenzverschiebungssatz)  | 397   |
| 5        | Impulsantwort eines PT <sub>I</sub> -Übertragungssystems             | Inverse Fourier-Transformation, Zeitverschiebungssatz, Faltungssatz                                      | 400   |
| 6        | Lineares zeitinvariantes Übertragungssystem (LTI-System)             | Inverse Fourier-Transformation   | 403   |
| 7        | Übertragungsverhalten einer RC-Schaltung                             | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung, Ableitungssatz für Originalfunktionen, inverse Fourier-Transformation | 404   |
| 8        | Fourier-Analyse einer gedämpften mechanischen Schwingung             | Fourier-Integral, Amplituden- und Phasenspektrum   | 408   |

|   |   |  |     |
|---|---|--|-----|
| 9 | Frequenzgang und Impulsantwort eines linearen Übertragungssystems | Inverse Fourier-Transformation, Faltungsprodukt (Faltungssintegral), Partialbruchzerlegung | 412 |
|---|---|--|-----|

## XII Laplace-Transformationen

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem             | Mathematisches Stoffgebiet  | Seite |
|----------|---|---|-------|
| 1        | Ausschaltvorgang in einem RL-Schaltkreis              | Homogene lineare Dgl 1. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                         | 416   |
| 2        | RC-Wechselstromkreis                                  | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen, Faltungssatz)         | 418   |
| 3        | RL-Schaltkreis mit Rampenspannung                     | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                       | 422   |
| 4        | RC-Schaltkreis mit einem rechteckigen Spannungsimpuls | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen, 1. Verschiebungssatz) | 424   |
| 5        | Rohrzuckerinversion                                   | Inhomogene lineare Dgl 1. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                       | 428   |
| 6        | Bewegung einer Masse im Erdkanal                      | Homogene lineare Dgl 2. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                         | 430   |
| 7        | Schwingung eines rotierenden Federpendels             | Inhomogene lineare Dgl 2. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                       | 432   |
| 8        | Erzwungene mechanische Schwingung im Resonanzfall     | Inhomogene lineare Dgl 2. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                       | 435   |
| 9        | Erzwungene Schwingung eines mechanischen Systems      | Inhomogene lineare Dgl 2. Ordnung (Ableitungssatz für Originalfunktionen)                       | 436   |
| 10       | Elektromagnetischer Reihenschwingkreis                | Integro-Differentialgleichung (Ableitungs- und Integrationssatz für Originalfunktionen)         | 439   |

|    |  |   |     |
|----|--|---|-----|
| 11 | Spannungsübertragung bei einem Vierpol | System linearer Dgl 1. Ordnung<br>(Ableitungssatz für Originalfunktionen, Partialbruchzerlegung der Bildfunktion) | 442 |
| 12 | Gekoppelte mechanische Schwingungen    | System linearer Dgl 2. Ordnung<br>(Ableitungssatz für Originalfunktionen)   | 447 |

## XIII Vektoranalysis

| Beispiel | Naturwissenschaftlich-technisches Problem  | Mathematisches Stoffgebiet  | Seite |
|----------|--|---|-------|
| 1        | Temperaturverteilung auf einer dünnen Zylinderscheibe  | Niveaulinien (Äquipotentiallinien), Gradient                                  | 452   |
| 2        | Quellströmung einer Flüssigkeit  | Niveaulinien, Gradient  | 454   |
| 3        | Potential und Feldstärke des elektrischen Feldes in der Umgebung einer homogen geladenen Kugel   | Äquipotentialfläche (Niveaufläche), Gradient                                  | 456   |
| 4        | Geschwindigkeitsfeld einer rotierenden Kugel   | Rotation  | 458   |
| 5        | Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke und der räumlichen Ladungsdichte in einem elektrischen Feld<br>(Maxwellsche Gleichung) | Divergenz, Rotation   | 460   |
| 6        | Kugel- oder radialsymmetrische Vektorfelder (Zentraffelder)  | Divergenz, Rotation   | 461   |
| 7        | Elektrisches Feld in der Umgebung eines homogen geladenen Zylinders  | Divergenz, Rotation   | 463   |
| 8        | Staupunktströmung einer Flüssigkeit  | Rotation, Divergenz, Gradient, Differentialgleichung (Trennung der Variablen) | 465   |
| 9        | Stationäre (zeitunabhängige) Wärmeleitung durch eine Rohrwand  | Laplace-Gleichung, Differentialgleichung (Trennung der Variablen)             | 469   |
| 10       | Gravitationspotential und Fallbeschleunigung   | Gradient, Laplace-Gleichung (Potentialgleichung)                              | 471   |

|    |   |   |     |
|----|---|---|-----|
| 11 | Potential und Feldstärke des elektrischen Feldes im Innenraum eines homogen geladenen Zylinders | Gradient, Potentialgleichung (Laplace-Gleichung)            | 473 |
| 12 | Wirbelfreies Geschwindigkeitsfeld einer ebenen Strömung   | Divergenz, Rotation, Gradient                               | 475 |
| 13 | Magnetfeld eines stromdurchflossenen linearen Leiters   | Linienintegral  | 478 |
| 14 | Elektrisches Feld einer Linienquelle  | Gradient, Rotation, Linienintegral                          | 480 |
| 15 | Magnetische Feldstärke in der Achse eines stromdurchflossenen kreisförmigen Leiters             | Linienintegral  | 484 |
| 16 | Gravitationspotential der Erde  | Rotation, Konservatives Feld, Linienintegral                | 486 |
| 17 | Fluss eines elektrischen Feldes durch eine geschlossene Oberfläche                              | Oberflächenintegral, Volumenintegral, Integralsatz von Gauß | 488 |
| 18 | Fluss eines Zentraffeldes durch eine konzentrische Kugeloberfläche                              | Divergenz, Oberflächenintegral, Integralsatz von Gauß       | 491 |
| 19 | Elektrische Ladung und Ladungsdichte einer homogen geladenen Kugel                              | Integralsatz von Gauß, Oberflächenintegral                  | 493 |
| 20 | Magnetfeld in der Umgebung eines stromdurchflossenen zylindrischen Leiters                      | Rotation, Integralsatz von Stokes                           | 495 |

## Anhang: Physikalische Grundlagen