

Inhaltsverzeichnis

Maß- und Integrationstheorie, Kapitel 1 – 4	1
1 Maßtheoretische Grundlagen	3
1.1 Inhalte und Maße	3
1.2 Das Lebesgue-Maß	12
2 Das allgemeine Lebesgue-Integral: erste Eigenschaften	17
2.1 Messbare Abbildungen und das Lebesgue-Integral	17
2.2 Konvergenzsätze	21
3 Weitere klassische Sätze der Integrationstheorie	25
3.1 Produktmaße und der Satz von Fubini	25
3.2 Der Transformationssatz	31
3.3 Der Satz von Radon & Nikodým	36
4 Die L^p-Räume	41
4.1 Definition und erste Eigenschaften	41
4.2 Die Faltung	44
4.3 Vollständigkeits- und Dichtheitsaussagen	46
Funktionentheorie, Kapitel 5 – 10	51
5 Holomorphe Abbildungen und Integration	53
5.1 Holomorphe Abbildungen	55
5.2 Integration	58
6 Der Cauchysche Integralsatz und Potenzreihenentwicklung	63
6.1 Der Cauchysche Integralsatz	63
6.2 Die Cauchysche Integralformel	66
6.3 Potenzreihenentwicklung	69
6.4 Cauchysche Ungleichung und Folgerungen	72
6.5 Umkehrung holomorpher Funktionen	75

7	Spezielle Funktionen und das Schwarzsche Lemma	77
7.1	Spezielle Funktionen	77
7.2	Das Schwarzsche Lemma und das Schwarzsche Spiegelungsprinzip	88
8	Ganze Funktionen und Laurentreihen	91
8.1	Ganze Funktionen	91
8.2	Laurentreihen	96
9	Der Residuenkalkül	103
10	Konforme Abbildungen: Der Riemannsche Abbildungssatz	115
	Funktionalanalysis, Kapitel 11 – 19	119
11	Topologische und metrische Räume, Kompaktheit	121
11.1	Topologie und Metrik	121
11.2	Kompaktheit	127
12	Normierte Räume und Hilberträume	131
12.1	Normierte Räume und Banachräume	131
12.2	Hilberträume	135
12.3	Der Approximationssatz und der Satz von Riesz für Hilberträume	136
12.4	Orthonormalbasen	140
13	Lineare Operatoren: Grundbegriffe	147
13.1	Stetige lineare Abbildungen in normierten Räumen	147
13.2	Strukturen in endlich-dimensionalen Räumen	151
13.3	Spektrum und Resolvente	152
14	Dualräume und adjungierte Operatoren	159
14.1	Hahn & Banach-Sätze	159
14.2	Dualräume und Reflexivität, adjungierte Operatoren	162
15	Der Satz von Baire, Folgerungen und schwache Konvergenz	167
15.1	Der Satz von Baire und seine Folgerungen	167
15.2	Schwache Konvergenz	172
16	Distributionen und Sobolevräume	179
16.1	Distributionen	179
16.2	Sobolevräume: Definition und erste Eigenschaften	182
16.3	Wichtige Sätze aus der Theorie der Sobolevräume	185

17 Das Spektrum selbstadjungierter Operatoren	191
17.1 Nützliches über das Spektrum	191
17.2 Kriterien für die Selbstadjungiertheit symmetrischer Operatoren	196
18 Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren	199
18.1 Motivation	199
18.2 Orthogonale Projektionen und Spektralscharen	202
18.3 Der Spektralsatz für beschränkte Operatoren	206
18.4 Spektralzerlegung unitärer Operatoren	213
18.5 Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren	216
19 Kompakte lineare Abbildungen	223
Partielle Differentialgleichungen, Kapitel 20 – 25	227
20 Ein Überblick	229
20.1 Grundbegriffe und Beispiele	229
20.2 Lösungsansätze	233
21 Gleichungen erster Ordnung und Typeinteilung	235
21.1 Gleichungen erster Ordnung	235
21.2 Typeinteilung bei linearen Gleichungen zweiter Ordnung	239
22 Grundlösungen und elliptische Gleichungen	243
22.1 Faltung von Distributionen	243
22.2 Existenz einer Grundlösung zu Δ	245
22.3 Maximum- und Minimumprinzip	248
23 Parabolische Gleichungen	251
23.1 Die Fourier-Transformation	251
23.2 Die Wärmeleitungsgleichung	253
23.3 Die Gleichung von Black & Scholes	256
23.4 Maximumprinzip, Energieabschätzungen	259
24 Hyperbolische Gleichungen	263
24.1 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^1$	263
24.2 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^3$ und im $\mathbb{R}^2$	266
24.3 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^n$: Fouriertransformation	269
24.4 Energiegleichung und allgemeine Gebiete	271
25 Hilbertraum-Methoden	273
25.1 Die Randwertaufgabe zu $-\Delta + 1$	273
25.2 Allgemeinere Differentialoperatoren	275

Prüfungsvorbereitung	279
26 Prüfungsvorbereitung	281
26.1 Analysis III: Lebesguesche Maß- und Integrationstheorie	281
26.2 Funktionentheorie	282
26.3 Funktionalanalysis	284
26.4 Partielle Differentialgleichungen	287
Literaturverzeichnis	289
Notation	291
Index	299