

# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
0.1	Modellierungsfehler, Approximationsfehler und Rundungsfehler	2
0.2	Struktogramme	8
0.3	Arbeiten mit der CD-ROM	13
<b>1</b>	<b>Numerische Integration und Differenziation</b>	<b>17</b>
1.1	Die zwei Ideen	21
1.2	Der Taylor-Abgleich	27
1.3	Summierte Mittelwertformeln	32
1.4	Die Gaußschen Integrationsformeln	37
1.5	Adaptivität und Fehlerextrapolation	42
1.6	Numerische Differenziation	48
1.7	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	55
1.8	Beispiele und Aufgaben	58
<b>2</b>	<b>Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen</b>	<b>59</b>
2.1	Das Euler-Cauchy-Verfahren	65
2.2	Stabilität, Konsistenz und Konvergenz	77
2.2.1	Stabilität	77
2.2.2	Konsistenz	82
2.2.3	Konvergenz	83
2.3	Mehrschrittverfahren	85
2.4	Runge-Kutta-Verfahren	91
2.5	Extrapolationsverfahren	95
2.6	Schrittweitenkontrolle und Fehlerschätzer	99
2.7	Systeme von Differenzialgleichungen und Differenzialgleichungen höherer Ordnung	102
2.8	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	105
2.9	Beispiele und Aufgaben	108
<b>3</b>	<b>Rand- und Eigenwertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen</b>	<b>113</b>
3.1	Vorbemerkungen und Begriffsbestimmungen	114

3.1.1	Homogenes Randwertproblem (Eigenwertproblem) . . . .	115
3.1.2	Inhomogenes Randwertproblem . . . . .	116
3.2	Schießverfahren . . . . .	117
3.2.1	Lineare Probleme . . . . .	119
3.2.2	Nichtlineare Probleme . . . . .	121
3.3	Differenzenverfahren . . . . .	123
3.4	Differenzenformeln mit Ableitungen . . . . .	128
3.5	Methode der gewichteten Residuen . . . . .	132
3.6	Das Ritzsche Verfahren . . . . .	139
3.6.1	Variationsproblem . . . . .	139
3.6.2	Approximation . . . . .	143
3.7	Die Finite-Elemente-Methode . . . . .	144
3.7.1	Stückweise lineare Ansatzfunktionen . . . . .	145
3.7.2	Galerkin-Verfahren . . . . .	147
3.7.3	Ritz-Verfahren . . . . .	152
3.8	Eigenwertproblem . . . . .	160
3.9	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	166
3.10	Beispiele und Aufgaben . . . . .	168
<b>4</b>	<b>Grundlagen der partiellen Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>173</b>
4.1	Klassifizierung der partiellen Differenzialgleichungen	
	2. Ordnung . . . . .	174
4.2	Elliptische Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	177
4.3	Parabolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	183
4.4	Hyperbolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	188
4.5	Evolutionsgleichungen . . . . .	193
4.6	Erhaltungsgleichungen . . . . .	200
4.7	Anwendungen . . . . .	206
4.7.1	Die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	206
4.7.2	Die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	211
4.7.3	Die Gleichungen der Akustik . . . . .	213
4.8	Bemerkungen . . . . .	214
4.9	Beispiele und Aufgaben . . . . .	215
<b>5</b>	<b>Grundlagen der numerischen Verfahren für partielle Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>225</b>
5.1	Konsistenz, Stabilität und Konvergenz . . . . .	225
5.2	Die Diskretisierung des Rechengebietes . . . . .	230
	5.2.1 Beschreibung technischer Gebiete . . . . .	230
	5.2.2 Erzeugung von randangepassten Gittern . . . . .	233
5.3	Bemerkungen . . . . .	234
<b>6</b>	<b>Differenzenverfahren . . . . .</b>	<b>237</b>
6.1	Elliptische Differenzialgleichungen . . . . .	240
6.2	Parabolische Differenzialgleichungen . . . . .	254

6.3	Hyperbolische Differenzialgleichungen . . . . .	266
6.4	Verfahren auf randangepassten Gittern . . . . .	281
6.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	285
6.6	Beispiele und Aufgaben . . . . .	287
<b>7</b>	<b>Finite-Elemente-Methode . . . . .</b>	<b>291</b>
7.1	Triangulierung mit linearen Basisfunktionen . . . . .	294
7.2	Triangulierung mit linearen Elementfunktionen . . . . .	301
7.3	Rechteckzerlegung mit bilinearen Elementen . . . . .	305
7.4	Triangulierung mit quadratischen Elementen . . . . .	308
7.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	317
7.6	Beispiele und Aufgaben . . . . .	318
<b>8</b>	<b>Finite-Volumen-Verfahren . . . . .</b>	<b>321</b>
8.1	Lineare Transportgleichungen . . . . .	327
8.2	Skalare Erhaltungsgleichungen . . . . .	335
8.3	Systeme von Erhaltungsgleichungen . . . . .	342
8.4	Erhaltungsgleichungen in mehreren Raumdimensionen . . . . .	347
8.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	348
8.6	Beispiele und Aufgaben . . . . .	350
 <b>Anhang</b>		
<b>A</b>	<b>Interpolation . . . . .</b>	<b>355</b>
A.1	Die Interpolationsformel von Lagrange . . . . .	357
A.2	Die Interpolationsformel von Newton . . . . .	361
A.3	Spline-Interpolation . . . . .	365
A.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	368
<b>B</b>	<b>Lösen nichtlinearer Gleichungen . . . . .</b>	<b>371</b>
B.1	Bisektion . . . . .	372
B.2	Regula Falsi . . . . .	374
B.3	Sekantenverfahren . . . . .	375
B.4	Das Newton-Verfahren . . . . .	376
B.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	378
<b>C</b>	<b>Iterative Methoden zur numerischen Lösung von linearen Gleichungssystemen . . . . .</b>	<b>379</b>
C.1	Die klassischen Iterationsmethoden . . . . .	380
C.2	Mehrgitterverfahren . . . . .	385
C.3	Das Verfahren der konjugierten Gradienten . . . . .	388
C.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	392
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>		<b>395</b>
<b>Index . . . . .</b>		<b>399</b>