

# Inhaltsverzeichnis

<b>0 Einleitung</b> .....	1
0.1 Modellierungsfehler, Approximationsfehler und Rundungsfehler .....	2
0.2 Struktogramme .....	8
0.3 Arbeiten mit der CD-ROM .....	13
<b>1 Numerische Integration und Differenziation</b> .....	17
1.1 Die zwei Ideen .....	21
1.2 Der Taylor-Abgleich .....	27
1.3 Summierte Mittelwertformeln .....	32
1.4 Die Gaußschen Integrationsformeln .....	37
1.5 Adaptivität und Fehlerextrapolation .....	42
1.6 Numerische Differenziation .....	48
1.7 Bemerkungen und Entscheidungshilfen .....	55
1.8 Beispiele und Aufgaben .....	58
<b>2 Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen</b> .....	59
2.1 Das Euler-Cauchy-Verfahren .....	65
2.2 Stabilität, Konsistenz und Konvergenz .....	77
2.2.1 Stabilität .....	77
2.2.2 Konsistenz .....	82
2.2.3 Konvergenz .....	83
2.3 Mehrschrittverfahren .....	85
2.4 Runge-Kutta-Verfahren .....	91
2.5 Extrapolationsverfahren .....	95
2.6 Schrittweitenkontrolle und Fehlerschätzer .....	99
2.7 Systeme von Differenzialgleichungen und Differenzialgleichungen höherer Ordnung .....	102
2.8 Bemerkungen und Entscheidungshilfen .....	105
2.9 Beispiele und Aufgaben .....	108
<b>3 Rand- und Eigenwertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen</b> .....	113
3.1 Vorbemerkungen und Begriffsbestimmungen .....	114

3.1.1	Homogenes Randwertproblem (Eigenwertproblem) . . . . .	115
3.1.2	Inhomogenes Randwertproblem . . . . .	116
3.2	Schießverfahren . . . . .	117
3.2.1	Lineare Probleme . . . . .	119
3.2.2	Nichtlineare Probleme . . . . .	121
3.3	Differenzenverfahren . . . . .	123
3.4	Differenzenformeln mit Ableitungen . . . . .	128
3.5	Methode der gewichteten Residuen . . . . .	132
3.6	Das Ritzsche Verfahren . . . . .	139
3.6.1	Variationsproblem . . . . .	139
3.6.2	Approximation . . . . .	143
3.7	Die Finite-Elemente-Methode . . . . .	144
3.7.1	Stückweise lineare Ansatzfunktionen . . . . .	145
3.7.2	Galerkin-Verfahren . . . . .	147
3.7.3	Ritz-Verfahren . . . . .	152
3.8	Eigenwertproblem . . . . .	160
3.9	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	166
3.10	Beispiele und Aufgaben . . . . .	168
<b>4</b>	<b>Grundlagen der partiellen Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>173</b>
4.1	Klassifizierung der partiellen Differenzialgleichungen . . . . .	174
2.	Ordnung . . . . .	174
4.2	Elliptische Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	177
4.3	Parabolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	183
4.4	Hyperbolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	188
4.5	Evolutionsgleichungen . . . . .	193
4.6	Erhaltungsgleichungen . . . . .	200
4.7	Anwendungen . . . . .	206
4.7.1	Die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	206
4.7.2	Die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	211
4.7.3	Die Gleichungen der Akustik . . . . .	213
4.8	Bemerkungen . . . . .	214
4.9	Beispiele und Aufgaben . . . . .	215
<b>5</b>	<b>Grundlagen der numerischen Verfahren für partielle Differenzialgleichungen . . . . .</b>	<b>225</b>
5.1	Konsistenz, Stabilität und Konvergenz . . . . .	225
5.2	Die Diskretisierung des Rechengebietes . . . . .	230
5.2.1	Beschreibung technischer Gebiete . . . . .	230
5.2.2	Erzeugung von randangepassten Gittern . . . . .	233
5.3	Bemerkungen . . . . .	234
<b>6</b>	<b>Differenzenverfahren . . . . .</b>	<b>237</b>
6.1	Elliptische Differenzialgleichungen . . . . .	240
6.2	Parabolische Differenzialgleichungen . . . . .	254

6.3	Hyperbolische Differenzialgleichungen . . . . .	266	
6.4	Verfahren auf randangepassten Gittern . . . . .	281	
6.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	285	
6.6	Beispiele und Aufgaben . . . . .	287	
7	<b>Finite-Elemente-Methode . . . . .</b>	291	
7.1	Triangulierung mit linearen Basisfunktionen . . . . .	294	
7.2	Triangulierung mit linearen Elementfunktionen . . . . .	301	
7.3	Rechteckzerlegung mit bilinearen Elementen . . . . .	305	
7.4	Triangulierung mit quadratischen Elementen . . . . .	308	
7.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	317	
7.6	Beispiele und Aufgaben . . . . .	318	
8	<b>Finite-Volumen-Verfahren . . . . .</b>	321	
8.1	Lineare Transportgleichungen . . . . .	327	
8.2	Skalare Erhaltungsgleichungen . . . . .	335	
8.3	Systeme von Erhaltungsgleichungen . . . . .	342	
8.4	Erhaltungsgleichungen in mehreren Raumdimensionen . . . . .	347	
8.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	348	
8.6	Beispiele und Aufgaben . . . . .	350	
<b>Anhang</b>			
A	<b>Interpolation . . . . .</b>	355	
A.1	Die Interpolationsformel von Lagrange . . . . .	357	
A.2	Die Interpolationsformel von Newton . . . . .	361	
A.3	Spline-Interpolation . . . . .	365	
A.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	368	
B	<b>Lösen nichtlinearer Gleichungen . . . . .</b>	371	
B.1	Bisektion . . . . .	372	
B.2	Regula Falsi . . . . .	374	
B.3	Sekantenverfahren . . . . .	375	
B.4	Das Newton-Verfahren . . . . .	376	
B.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	378	
C	<b>Iterative Methoden zur numerischen Lösung von linearen Gleichungssystemen . . . . .</b>	379	
C.1	Die klassischen Iterationsmethoden . . . . .	380	
C.2	Mehrgitterverfahren . . . . .	385	
C.3	Das Verfahren der konjugierten Gradienten . . . . .	388	
C.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen . . . . .	392	
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>			395
<b>Index . . . . .</b>			399