

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1. Differentialgleichungen erster Ordnung

1.1	Einführung	1
1.2	Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	2
1.3	Die Kunstfälschungen des Van Meegeren	12
1.4	Differentialgleichungen mit getrennten Veränderlichen ..	25
1.5	Populationsmodelle	33
1.6	Die Ausbreitung technologischer Innovationen	45
1.7	Ein Problem der Atomüllbeseitigung	53
1.8	Die Dynamik des Tumorstwachstums; Mischungsprobleme und orthogonale Trajektorien	61
1.9	Exakte Differentialgleichungen; der Grund der Unlös- barkeit vieler Gleichungen	67
1.10	Der Existenz- und Eindeutigkeitssatz; Picard-Iteration .	77
1.11	Iterationsverfahren	92
1.11.1	Die Newtonsche Methode	99
1.12	Differenzengleichungen; Kredit und Zins	104
1.13	Numerische Approximationen; die Eulersche Methode	109
1.13.1	Fehlerabschätzung für die Eulersche Methode	114
1.14	Die drei-Term-Taylorreihen-Methode	122
1.15	Eine verbesserte Euler-Methode	125
1.16	Das Verfahren von Runge-Kutta	129
1.17	Einige Bemerkungen über die praktische Berechnung von Näherungslösungen	132

Kapitel 2. Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung

2.1	Algebraische Eigenschaften von Lösungen	144
2.2	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffi- zienten	157
2.2.1	Komplexe Wurzeln	160
2.2.2	Doppelwurzeln; Reduktion der Ordnung	166

2.3	Die inhomogene Gleichung	172
2.4	Variation der Konstanten	175
2.5	Die Methode des gezielten Abschätzens	180
2.6	Mechanische Schwingungen	189
2.6.1	Das Brückenunglück von Tacoma	199
2.6.2	Elektrische Netzwerke	203
2.7	Ein Modell zur Erkennung von Diabetes	206
2.8	Reihenlösungen	216
2.8.1	Singuläre Punkte; die Methode von Frobenius	231
2.9	Die Laplacetransformation	240
2.10	Einige nützliche Eigenschaften der Laplacetransformation	250
2.11	Differentialgleichungen mit Unstetigkeitsstellen auf der rechten Seite	256
2.12	Die Diracsche Deltafunktion	262
2.13	Das Faltungsintegral	272
2.14	Die Eliminationsmethode für Systeme	278
2.15	Einige Bemerkungen über Differentialgleichungen höherer Ordnung	281

Kapitel 3. Systeme von Differentialgleichungen

3.1	Algebraische Eigenschaften von Lösungen linearer Systeme	287
3.2	Vektorräume	297
3.3	Dimension eines Vektorraums	304
3.4	Anwendung der linearen Algebra auf Differential- gleichungen	315
3.5	Determinantentheorie	322
3.6	Lösungen von linearen Gleichungssystemen	336
3.7	Lineare Abbildungen	347
3.8	Bestimmung von Lösungen mit Hilfe von Eigenwerten und Eigenvektoren	360
3.9	Komplexe Wurzeln	368
3.10	Mehrfache Wurzeln	372
3.11	Fundamentale Matrixlösungen; e^{At}	382
3.12	Die inhomogene Gleichung; Variation der Konstanten	387
3.13	Lösung von Differentialgleichungssystemen mittels Laplacetransformation	395

Kapitel 4. Qualitative Theorie der Differentialgleichungen

4.1	Einführung	398
4.2	Stabilität von linearen Systemen	404
4.3	Stabilität von Gleichgewichtslösungen	412
4.4	Die Phasenebene	421
4.5	Mathematische Kriegstheorien	426
4.5.1	Die Konflikttheorie von L.F. Richardson	426
4.5.2	Die Schlachtmodelle von F.W. Lanchester; die Schlacht von Iwo Jima	434
4.6	Qualitative Eigenschaften von Bahnen	445
4.7	Phasenportraits linearer Systeme	451
4.8	Langzeitverhalten von Lösungen; der Satz von Poincaré- Bendixson	462
4.9	Räuber-Opfer-Probleme; warum es während des ersten Welt- kriegs prozentual zu einem dramatischen Anstieg des Hai- fischfangs im Mittelmeer kam	473
4.10	Das Prinzip der Auslese durch Wettbewerb in der Popula- tionsbiologie	483
4.11	Der Schwellensatz der Epidemiologie	492
4.12	Ein Modell für die Ausbreitung der Gonorrhoe	500

Kapitel 5. Separation der Variablen und Fourierreihen

5.1	Zwei-Punkt-Randwertprobleme	513
5.2	Einführung in die Theorie der partiellen Differential- gleichungen	518
5.3	Die Wärme Gleichung; Separation der Variablen	521
5.4	Fourierreihen	526
5.5	Gerade und ungerade Funktionen	533
5.6	Die Wärme Gleichung (Fortsetzung)	539
5.7	Die Wellengleichung	545
5.8	Die Laplacesche Gleichung	551

Anhang A

Einfache Definitionen und Sätze aus der Theorie der Funktionen mehrerer Veränderlicher	557
---	-----

Anhang B

Folgen und Reihen	559
-------------------------	-----

XII

Anhang C

Einführung in APL 561

Lösungen zu ungeradzahligen Aufgaben 572

Namen- und Sachverzeichnis 592