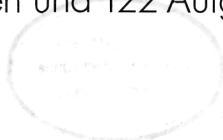


Jochen Werner

Numerische Mathematik

Band 2: Eigenwertaufgaben,
lineare Optimierungsaufgaben,
unrestringierte Optimierungsaufgaben

Mit 8 Abbildungen und 122 Aufgaben



Inhaltsverzeichnis

5 Eigenwertaufgaben	1
5.1 Einige theoretische Grundlagen	2
5.1.1 Der Satz von Gerschgorin	2
5.1.2 Der Satz von Bauer-Fike	6
5.1.3 Variationsprinzipien für Eigenwerte hermitescher Matrizen	9
5.1.4 Der Satz von Schur	12
Aufgaben	14
5.2 Das QR -Verfahren	18
5.2.1 Die Transformation einer Matrix auf Hessenberg-Form	18
5.2.2 Die QR -Zerlegung einer Hessenberg-Matrix	24
5.2.3 Vektoriteration nach v. Mises	29
5.2.4 Inverse Iteration nach Wielandt	30
5.2.5 Die Konvergenz des einfachen QR -Verfahrens	32
5.2.6 Das QR -Verfahren mit Shifts	40
Aufgaben	46
5.3 Eigenwertaufgaben für symmetrische Matrizen	52
5.3.1 Das Jacobi-Verfahren	52
5.3.2 Das Bisektions-Verfahren	56
5.3.3 Das QR -Verfahren für symmetrische Matrizen	61
5.3.4 Die Berechnung der Singulärwertzerlegung	65
Aufgaben	73
6 Lineare Optimierungsaufgaben	81
6.1 Einführung, Beispiele	81
Aufgaben	86
6.2 Das Simplexverfahren	87
6.2.1 Geometrische Grundlagen des Simplexverfahrens	87
6.2.2 Die Phase II des Simplexverfahrens	93
6.2.3 Die Vermeidung von Zyklen beim Simplexverfahren	98
6.2.4 Die Phase I des Simplexverfahrens	101
Aufgaben	106
6.3 Dualität bei linearen Programmen	110
6.3.1 Schwacher und starker Dualitätssatz	110
6.3.2 Ökonomische Interpretation der Dualität	118
6.3.3 Das duale Simplexverfahren	119

Aufgaben	124
6.4 Das Karmarkar-Verfahren	128
6.4.1 Das Karmarkar-Verfahren und seine Motivation	129
6.4.2 Die Konvergenz des Karmarkar-Verfahrens	135
6.4.3 Zurückführung eines linearen Programms auf Karmarkar-Normalform	138
Aufgaben	141
7 Unrestringierte Optimierungsaufgaben	143
7.1 Grundlagen	144
7.1.1 Einführung	144
7.1.2 Notwendige Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	145
7.1.3 Notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	152
7.1.4 Glatte konvexe Funktionen	155
Aufgaben	158
7.2 Ein Modellalgorithmus	162
7.2.1 Schrittweitenstrategien bei glatter Zielfunktion	163
7.2.2 Konvergenz des Modellalgorithmus bei glatter Zielfunktion	169
7.2.3 Das gedämpfte Gauß-Newton-Verfahren bei diskreten, nichtlinearen Approximationsaufgaben	173
Aufgaben	184
7.3 Quasi-Newton-Verfahren	192
7.3.1 Das Newton-Verfahren	192
7.3.2 Die Broyden-Klasse und das BFGS-Verfahren	195
7.3.3 Die globale Konvergenz des BFGS-Verfahrens	203
7.3.4 Die superlineare Konvergenz des BFGS-Verfahrens	206
Aufgaben	211
7.4 Verfahren der konjugierten Gradienten	218
7.4.1 Quadratische Zielfunktionen	219
7.4.2 Das Fletcher-Reeves-Verfahren	224
7.4.3 Ein gedächtnisloses BFGS-Verfahren	226
Aufgaben	231
7.5 Trust-Region-Verfahren	236
7.5.1 Einführung	236
7.5.2 Glatte, unrestringierte Optimierungsaufgaben	238
7.5.3 Nichtlineare Ausgleichsprobleme	248
7.5.4 Diskrete, nichtlineare Approximationsaufgaben	249
Aufgaben	258
Literaturverzeichnis	265
Index	273