

Inhaltsverzeichnis

1 Anwendungen der Differential- und Integralrechnung	1
1.1 Geometrische Probleme	1
1.1.1 Kurven in der Ebene	1
1.1.2 Kurventangente und Kurvennormale, Berührung höherer Ordnung	15
1.1.3 Bogenlänge einer ebenen Kurve	22
1.1.4 Krümmung ebener Kurven	26
1.1.5 Interpolation mit Hilfe kubischer Splines	35
1.1.6 Flächeninhalt	45
1.1.7 Volumen und Oberflächeninhalt von Rotationskörpern	51
Aufgaben	61
1.2 Anwendungen in der Physik	68
1.2.1 Schwerpunkte	68
1.2.2 Momente	77
1.2.3 Arbeit einer Kraft	82
1.2.4 Mittelwerte	85
1.2.5 Durchbiegung eines Balkens	87
1.2.6 Bewegung im Schwerfeld	90
1.2.7 Weitere Anwendungen	96
Aufgaben	99
2 Reihen	103
2.1 Zahlenreihen	103
2.1.1 Definitionen und Sätze	103
2.1.2 Konvergenzkriterien	108
2.1.3 Bedingte und absolute Konvergenz	123
Aufgaben	126
2.2 Potenzreihen	129
2.2.1 Darstellung von Funktionen durch Potenzreihen	129
2.2.2 Sätze über Potenzreihen	136
2.2.3 Die Taylor-Reihe	144
2.2.4 Reihen mit komplexen Gliedern	158
Aufgaben	163
2.3 Fourier-Reihen	166
2.3.1 Trigonometrische Reihen und Fourier-Reihen	166
2.3.2 Beispiele von Fourier-Reihen	172
2.3.3 Komplexe Schreibweise der Fourier-Reihe	179
Aufgaben	182

2.4	Fourier-Transformation	185
2.4.1	Einführung und Definition der Fourier-Transformation	185
2.4.2	Beispiele zur Fourier-Transformation	188
2.4.3	Eigenschaften der Fourier-Transformation	192
	Aufgaben	201
3	Funktionen mehrerer Variablen	203
3.1	Grundbegriffe: n -dimensionaler Raum, Stetigkeit	203
3.1.1	Die Ebene	203
3.1.2	Der drei- und der n -dimensionale Raum	207
3.1.3	Beispiele für Funktionen mehrerer Variablen und die Veranschaulichung von Funktionen zweier Variablen	217
3.1.4	Stetige Funktionen mehrerer Variablen	226
	Aufgaben	232
3.2	Differentialrechnung der Funktionen mehrerer Variablen	233
3.2.1	Partielle Ableitungen	233
3.2.2	Differenzierbarkeit, totales Differential	239
3.2.3	Extrema der Funktionen mehrerer Variablen	250
3.2.4	Kettenregel	259
3.2.5	Richtungsableitung und Gradient	263
3.2.6	Implizite Funktionen	271
3.2.7	Integrale, die von einem Parameter abhängen	275
	Aufgaben	278
3.3	Mehrfache Integrale (Bereichsintegrale)	280
3.3.1	Doppelintegrale	280
3.3.2	Dreifache Integrale	288
3.3.3	Anwendungen dreifacher Integrale: Masse, Schwerpunkt und Trägheitsmoment eines Körpers	293
	Aufgaben	303
3.4	Linienintegrale und ihre Anwendungen	305
3.4.1	Vektorfelder	306
3.4.2	Kurven im Raum	313
3.4.3	Das Linien- oder Kurvenintegral	315
3.4.4	Wegunabhängigkeit und Potentialfelder	322
3.4.5	Divergenz und Rotor eines Vektorfeldes	331
	Aufgaben	335
4	Komplexwertige Funktionen	338
4.1	Komplexe Funktionen	338
4.1.1	Lineare komplexe Funktionen	339
4.1.2	Die Funktion f mit $f(z) = \frac{1}{z}$	339
	Aufgaben	344

4.2	Komplexwertige Funktionen einer reellen Variablen	345
	Aufgaben	347
4.3	Anwendungen bei der Berechnung von Wechselstromkreisen	347
4.3.1	Komplexe Schreibweisen in der Wechselstromtechnik	347
4.3.2	Ortskurven von Netzwerkfunktionen	350
	Aufgaben	355
5	Gewöhnliche Differentialgleichungen	357
5.1	Grundlegende Begriffe	357
	Aufgaben	364
5.2	Differentialgleichungen erster Ordnung	364
5.2.1	Geometrische Deutung	364
5.2.2	Spezielle Lösungsmethoden	368
5.2.3	Geometrische Anwendungen	378
5.2.4	Physikalische Anwendungen	383
	Aufgaben	390
5.3	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten . .	392
5.3.1	Die homogene Differentialgleichung	392
5.3.2	Das Grundlösungsverfahren zur Lösung der inhomogenen Differentialgleichung	397
5.3.3	Der Ansatz in Form des Störgliedes	398
5.3.4	Operatorenmethode	406
5.3.5	Lösung mit Hilfe der Laplace-Transformation	417
5.3.6	Anwendungen der linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	434
	Aufgaben	454
5.4	Lineare Differentialgleichungen der Ordnung n mit konstanten Koeffizienten . . .	455
5.4.1	Die homogene Differentialgleichung	456
5.4.2	Das Grundlösungsverfahren	461
5.4.3	Der Ansatz in Form des Störgliedes	462
5.4.4	Operatorenmethode	467
	Aufgaben	469
5.5	Lineare Differentialgleichungssysteme erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten	470
5.5.1	Grundlagen	470
5.5.2	Anwendungen	475
	Aufgaben	480
5.6	Numerische Verfahren für Anfangswertaufgaben	480
5.6.1	Das Polygonzugverfahren (Euler-Verfahren) der Ordnung 1	482
5.6.2	Das verbesserte Polygonzugverfahren der Ordnung 2	483
5.6.3	Das Verfahren 2. Ordnung von Heun	484
5.6.4	Gewinnung zweistufiger Verfahren	485
5.6.5	Das klassische Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung	487

5.6.6 Runge-Kutta-Verfahren für 2×2 -Systeme 1. Ordnung	490
5.6.7 Runge-Kutta-Nyström-Verfahren für Anfangswertaufgaben 2. Ordnung . .	494
Anhang: Aufgabenlösung	499
Zu Abschnitt 1.	499
Zu Abschnitt 2.	529
Zu Abschnitt 3.	550
Zu Abschnitt 4.	571
Zu Abschnitt 5.	576
Sachverzeichnis	583