

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I Grundlagen der Analysis

1 Grundbegriffe	1
1.1 Arithmetische Eigenschaften der reellen Zahlen	2
1.2 Das Prinzip der vollständigen Induktion	8
1.3 Das Intervallschachtelungsprinzip	11
1.4 Reelle Zahlenmengen	15
1.5 Fakultät und Binomialkoeffizient. Binomischer Lehrsatz	20
1.6 Reelle Funktionen	23
1.7 Übungsbeispiele	35
2 Zahlenfolgen	39
2.1 Der Folgenbegriff	39
2.2 Häufungswerte und Häufungsgrenzen	41
2.3 Der Grenzwertbegriff	42
2.4 Teilfolgen	45
2.5 Das Rechnen mit Grenzwerten	47
2.6 Das Prinzip der Vergleichsfolgen	50
2.7 Monotone Folgen	53
2.8 Die Eulersche Zahl	56
2.9 Das Cauchysche Konvergenzkriterium	58
2.10 Übungsbeispiele	59
3 Elementare transzendente Funktionen	62
3.1 Die allgemeine Potenzfunktion	62
3.2 Die allgemeine Exponentialfunktion	62
3.3 Der allgemeine Logarithmus	63
3.4 Natürliche Exponentialfunktion und natürlicher Logarithmus	65
3.5 Die trigonometrischen Funktionen	66
3.6 Die Arcusfunktionen	71
3.7 Die Hyperbelfunktionen und Areafunktionen	74
3.8 Übungsbeispiele	77
4 Die komplexen Zahlen	80
4.1 Die Gaußsche Zahlenebene	81
4.2 Die Addition komplexer Zahlen	85
4.3 Die Multiplikation komplexer Zahlen	87
4.4 Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	90

4.5	Algebraische Gleichungen	94
4.6	Komplexe Funktionen	100
4.7	Die komplexe Zeigerrechnung in der Wechselstromtechnik	112
4.8	Übungsbeispiele	121
5	Grenzwert und Stetigkeit	126
5.1	Der Begriff des Grenzwertes	126
5.2	Stetige Funktionen	131
5.3	Einseitige Grenzwerte und einseitige Stetigkeit	133
5.4	Grenzwerte im Unendlichen und uneigentliche Grenzwerte	136
5.5	Auf abgeschlossenen Intervallen stetige Funktionen	144
5.6	Klassifikation der Unstetigkeitsstellen	147
5.7	Komplexwertige Funktionen	148
5.8	Übungsbeispiele	151

Kapitel II Differentialrechnung

6	Differentialquotient und Differential	153
6.1	Ableitung und Differentialquotient	154
6.2	Der Differentialquotient in Physik und Mechanik	158
6.3	Allgemeine Regeln der Differentiation	160
6.4	Ableitung der Umkehrfunktion	165
6.5	Die Kettenregel	168
6.6	Einseitige und uneigentliche Ableitungen	172
6.7	Differentiation komplexwertiger Funktionen	174
6.8	Das Differential	177
6.9	Übungsbeispiele	183
7	Der Mittelwertsatz und die Taylorsche Formel	186
7.1	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	186
7.2	Höhere Ableitungen	190
7.3	Die Taylorsche Formel	195
7.4	Grenzwerte unbestimmter Formen	203
7.5	Differentiale höherer Ordnung	210
7.6	Übungsbeispiele	212
8	Untersuchung von Funktionen mittels der Differentialrechnung	215
8.1	Extremwerte	215
8.2	Wendepunkte	219
8.3	Asymptoten	222
8.4	Beispiele zur Kurvendiskussion	224
8.5	Übungsbeispiele	229

9 Numerische Verfahren zur Berechnung von Nullstellen	232
9.1 Allgemeines über die Numerik der Nullstellenberechnung	232
9.2 Die Regula falsi	233
9.3 Das Newton-Verfahren	235
9.4 Die Fixpunktmethod	237
9.5 Übungsbeispiele	245

Kapitel III Integralrechnung

10 Das unbestimmte Integral	246
10.1 Stammfunktionen	246
10.2 Die Grundintegrale	248
10.3 Die Methode der Variablensubstitution	253
10.4 Die Methode der partiellen Integration	261
10.5 Die Integration rationaler Funktionen	267
10.6 Systematische Integration einiger Funktionenklassen	275
10.7 Bemerkungen zur unbestimmten Integration	279
10.8 Übungsbeispiele	280
11 Das bestimmte Integral	283
11.1 Die Definition des bestimmten Integrales	283
11.2 Die Existenz des Integrales stetiger Funktionen	288
11.3 Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	290
11.4 Erweiterung des bestimmten Integrals	297
11.5 Die Mittelwertsätze der Integralrechnung	299
11.6 Übungsbeispiele	305
12 Uneigentliche Integrale	310
12.1 Nochmalige Erweiterung des Integralbegriffs	310
12.2 Uneigentliche Integrale erster Art	316
12.3 Uneigentliche Integrale zweiter Art	321
12.4 Rechenregeln für uneigentliche Integrale	324
12.5 Hauptwerte uneigentlicher Integrale	328
12.6 Übungsbeispiele	331
13 Anwendungen der Differential- und Integralrechnung in Geometrie, Mechanik und Physik	334
13.1 Der Flächeninhalt ebener Figuren	334
13.2 Bogenlänge und Bogendifferential	340
13.3 Inhalt einer Rotationsfläche. Volumen eines Rotationskörpers	344
13.4 Krümmung ebener Kurven	345
13.5 Anwendungen in der Physik	347
13.6 Übungsbeispiele	360

14 Numerische Integration	362
14.1 Allgemeines über numerische Integration	362
14.2 Die Trapezformel	363
14.3 Die Simpsonsche Formel	366
14.4 Übungsbeispiele	370
 Kapitel IV Reihen	
15 Reihen mit konstanten Gliedern	372
15.1 Der Begriff der Reihe	373
15.2 Absolute und bedingte Konvergenz	377
15.3 Das Vergleichsprinzip. Kriterien für die absolute Konvergenz	383
15.4 Multiplikation von Reihen	390
15.5 Reihen mit komplexen Gliedern	392
15.6 Übungsbeispiele	393
16 Folgen und Reihen von Funktionen	397
16.1 Vorbemerkungen	397
16.2 Die gleichmäßige Konvergenz	398
16.3 Stetigkeit der Summenfunktion	402
16.4 Gliedweise Integration	403
16.5 Gliedweise Differentiation	404
16.6 Übungsbeispiele	405
17 Potenzreihen	407
17.1 Der Konvergenzradius	407
17.2 Eigenschaften der Summenfunktion	410
17.3 Das Rechnen mit Potenzreihen	413
17.4 Die Taylorsche Reihe einer Funktion	414
17.5 Entwicklung der elementaren Funktionen	416
17.6 Beispiele für Reihenentwicklungen	420
17.7 Übungsbeispiele	426
18 Fouriersche Reihen	429
18.1 Periodische Funktionen. Harmonische Analyse	429
18.2 Die Fouriersche Reihe einer periodischen Funktion	432
18.3 Konvergenztheorie Fourierscher Reihen	439
18.4 Gliedweise Differentiation und Integration Fourierscher Reihen	446
18.5 Das Konvergenzverhalten in der Umgebung von Sprungstellen	447
18.6 Anwendungen in der Elektrotechnik	448
18.7 Trigonometrische Interpolation	454
18.8 Übungsbeispiele	457

Kapitel V Vektor- und Matrizenrechnung

19 Vektoren im euklidischen Raum	460
19.1 Punkte, Strecken und Vektoren	460
19.2 Addition von Vektoren und Multiplikation mit einer Zahl	462
19.3 Lineare Abhängigkeit	464
19.4 Betrag und inneres Produkt	468
19.5 Äußeres Produkt von Vektoren	472
19.6 Determinanten	475
19.7 Gerade und Ebene im Raum	481
19.8 Übungsbeispiele	482
20 Matrizenrechnung. Lineare Gleichungssysteme	484
20.1 Vektoren im n-dimensionalen Raum	484
20.2 Lineare Mannigfaltigkeiten	487
20.3 Lineare Transformationen	488
20.4 Matrizen	490
20.5 Determinanten	497
20.6 Die Determinante einer Matrix	506
20.7 Die Inversion von Matrizen	508
20.8 Der Rang einer Matrix	510
20.9 Lineare Gleichungssysteme	514
20.10 Das Gaußsche Eliminationsverfahren	522
20.11 Euklidische Geometrie im n-dimensionalen Raum	527
20.12 Orthogonale Transformationen. Die Transponierte einer Matrix	529
20.13 Vektoren mit komplexen Koordinaten	534
20.14 Übungsbeispiele	537
21 Eigenwerte und Eigenvektoren von Matrizen	540
21.1 Der Begriff des Eigenwertes und des Eigenvektors	540
21.2 Die Cayley-Hamiltonsche Gleichung	544
21.3 Eigenwerttheorie hermitescher und symmetrischer Matrizen	547
21.4 Quadratische Formen	552
21.5 Übungsbeispiele	556

**Kapitel VI Differential- und Integralrechnung von Funktionen
mehrerer Veränderlicher**

22 Funktionen in mehreren unabhängigen Veränderlichen	560
22.1 Der Funktionsbegriff in mehreren unabhängigen Veränderlichen	560
22.2 Grenzwert und Stetigkeit	573
22.3 Partielle Ableitungen	580
22.4 Übungsbeispiele	585

23	Differentiation von Funktionen in mehreren Veränderlichen	586
23.1	Ableitung und Differential	587
23.2	Implizite Funktionen. Differentiation der impliziten Funktionen	610
23.3	Differentiation der Umkehrfunktion	620
23.4	Punkt- und Koordinatentransformationen	622
23.5	Übungsbeispiele	638
24	Fortführung der Differentialrechnung	640
24.1	Die Taylorsche Formel und der Mittelwertsatz	640
24.2	Extremwerte	643
24.3	Extremwerte unter Nebenbedingungen	650
24.4	Das Newtonsche Verfahren	657
24.5	Übungsbeispiele	659
25	Integration von Funktionen in mehreren Veränderlichen	660
25.1	Integrale als Funktionen eines Parameters	660
25.2	Bereichsintegrale	665
25.3	Der Mittelwertsatz. Bereichsdifferentiation	676
25.4	Transformation der Bereichsintegrale	680
25.5	Uneigentliche Parameterintegrale	687
25.6	Uneigentliche Bereichsintegrale	696
25.7	Anwendungen in Geometrie und Physik	705
25.8	Übungsbeispiele	715

Kapitel VII Integraltransformationen und verallgemeinerte Funktionen

26	Lineare Funktionenräume und lineare Integraloperatoren	719
26.1	Lineare Operatoren	719
26.2	Orthogonale Funktionensysteme und Orthogonalreihen	722
26.3	Symmetrische und hermitesche Integraloperatoren	732
26.4	Übungsbeispiele	739
27	Die Fourier- und Laplace-Transformation	742
27.1	Spektrale Zerlegung periodischer und aperiodischer Vorgänge	742
27.2	Das Fouriersche Integraltheorem	748
27.3	Die Fourier-Transformation	752
27.4	Die Faltung	756
27.5	Sprungfunktion und Stoßfunktion	761
27.6	Die Laplace-Transformation	774
27.7	Rechenregeln für die Laplace-Transformation	778
27.8	Die Faltung im Zeitbereich der Laplace-Transformation	790
27.9	Rücktransformation echt gebrochener rationaler Funktionen	793
27.10	Asymptotische Eigenschaften der Bildfunktion	796
27.11	Faltungsgleichungen	798
27.12	Ergänzungen	802
27.13	Übungsbeispiele	804

28 Verallgemeinerte Funktionen	807
28.1 Der Begriff der verallgemeinerten Funktion	807
28.2 Die Deltafunktion	815
28.3 Differentiation verallgemeinerter Funktionen	820
28.4 Fourier-Transformation verallgemeinerter Funktionen	828
28.5 Übungsbeispiele	845

Kapitel VIII Gewöhnliche Differentialgleichungen

29 Lösungsverhältnisse bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	847
29.1 Ausgleichsvorgänge	847
29.2 Das allgemeine Integral	859
29.3 Das Verfahren der sukzessiven Approximationen	867
29.4 Ergänzungen und Bemerkungen	874
29.5 Übungsbeispiele	878
30 Allgemeine Theorie linearer Differentialgleichungen	880
30.1 Der lineare Differentialoperator	880
30.2 Die homogene Gleichung	882
30.3 Die inhomogene Gleichung	901
30.4 Systeme linearer Differentialgleichungen	905
30.5 Übungsbeispiele	907
31 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	908
31.1 Der lineare Differentialoperator mit konstanten Koeffizienten	908
31.2 Die Gleichung zweiter Ordnung	914
31.3 Die inhomogene Gleichung. Der eingeschwungene Zustand	919
31.4 Resonanz	934
31.5 Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	937
31.6 Transformation linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	947
31.7 Übertragungsfunktion, Übergangsfunktion, Frequenzgang	966
31.8 Ergänzungen	972
31.9 Übungsbeispiele	979
32 Nichtlineare Differentialgleichungen	983
32.1 Die explizite Differentialgleichung erster Ordnung	983
32.2 Transformation nichtlinearer Differentialgleichungen	988
32.3 Numerische Integration	997
32.4 Der Phasenraum	1001
32.5 Stabilität	1022
32.6 Übungsbeispiele	1042

Kapitel IX Vektoranalysis und partielle Differentialgleichungen

33 Vektorfelder. Differentiation und Integration der Feldgrößen	1048
33.1 Der Feldbegriff	1048
33.2 Gradient, Divergenz und Rotation	1051
33.3 Kurvenintegrale	1056
33.4 Flächenintegrale	1069
33.5 Übungsbeispiele	1076
34 Die Integralsätze von Stokes und Gauß	1079
34.1 Der Integralsatz von Stokes	1079
34.2 Der Integralsatz von Gauß	1081
34.3 Die Integralsätze in der Ebene	1085
34.4 Sprungflächenoperatoren	1087
34.5 Die Integralformeln von Green	1089
34.6 Übungsbeispiele	1090
35 Elemente der Feldtheorie	1092
35.1 Allgemeine Eigenschaften wirbelfreier Felder	1092
35.2 Dipolfelder	1100
35.3 Wirbelfreie Doppelfelder	1105
35.4 Allgemeine Eigenschaften quellenfreier Felder	1111
35.5 Magnetische Dipolfelder	1122
35.6 Quellenfreie Doppelfelder	1125
35.7 Allgemeine Felder	1130
35.8 Übungsbeispiele	1134
36 Partielle Differentialgleichungen	1137
36.1 Lineare partielle Differentialgleichungen	1137
36.2 Randwertaufgaben für gewöhnliche Differentialgleichungen	1142
36.3 Randwertaufgaben für partielle Differentialgleichungen	1157
36.4 Anfangsrandwertaufgaben	1170
36.5 Ergänzungen und Bemerkungen	1186
36.6 Übungsbeispiele	1189

Kapitel X Funktionentheorie

37 Analytische Funktionen	1195
37.1 Der Begriff der analytischen Funktion	1195
37.2 Integration komplexer Funktionen	1198
37.3 Die Cauchysche Integralformel	1203
37.4 Isolierte singuläre Stellen	1206
37.5 Reihen komplexer Funktionen	1208
37.6 Reihenentwicklung analytischer Funktionen	1212
37.7 Analytische Fortsetzung	1220
37.8 Übungsbeispiele	1227

38 Anwendungen	1233
38.1 Der Residuensatz	1233
38.2 Umkehrung der Laplace-Transformation	1242
38.3 Die \mathcal{Z} -Transformation	1249
38.4 Konforme Abbildung und ebene Felder	1262
38.5 Theorie und Praxis der konformen Abbildung	1283
38.6 Übungsbeispiele	1304
Sachwortverzeichnis	1310