

INHALTSVERZEICHNIS

Verzeichnis häufig verwendeter Symbole	XIV
--------------------------------------------------	-----

Erster Abschnitt

Mengenlehre

Mengenalgebra

1. Menge und Element	1
2. Teilmengen, Vereinigung und Durchschnitt	4
3. Geordnete Paare, Kartesisches Produkt	10
4. Relationen	12
5. Äquivalenzrelationen	15
6. Eindeutige Relationen (Funktionen, Abbildungen)	18
7. Gleichmächtigkeit von Mengen, Endliche und abzählbare Mengen	23
8. Familien	29
9. Vereinigung und Durchschnitt einer Mengenfamilie	32
10. Kartesisches Produkt einer Mengenfamilie	39
11. Spezielle Mengensysteme	43

Geordnete Mengen

12. Halబordnung und Ordnung	49
13. Wohlordnung	53
14. Ähnlichkeit von geordneten Mengen	57
15. Der Wohlordnungssatz und das Lemma von Zorn	61

Kardinalzahlen und Ordinalzahlen

16. Die Kardinalzahlen und ihre Vergleichung	65
17. Das Rechnen mit Kardinalzahlen	71
18. Ordnungstypen	79
19. Ordinalzahlen	81
20. Zahlklassen	90

Inhaltsverzeichnis

Zweiter Abschnitt

Das Lebesguesche Maß

Vorbemerkungen über den Riemannschen Inhalt

21. Endliche Intervallsysteme. Figuren	93
22. Elementarinhalt einer Figur	97
23. Äußerer und innerer Inhalt einer beschränkten Punktmenge	99
24. Riemannscher Inhalt einer beschränkten Punktmenge	105

Das Lebesguesche Maß

25. Abzählbare Intervallsysteme. Borelsche Mengen	110
26. Äußeres und inneres Maß einer Punktmenge	113
27. Lebesguesches Maß einer Punktmenge	123
28. Eigenschaften des Lebesgueschen Maßes	128
29. Weitere Eigenschaften des Lebesgueschen Maßes	133

Allgemeine Theorie des Maßes

30. Allgemeiner Inhaltsbegriff	139
31. Allgemeiner Maßbegriff	141
32. Äußeres Maß und Maß	145
33. Prämaß und Maß	146

Dritter Abschnitt

Das Lebesguesche Integral

Meßbare Funktionen

34. Begriff der meßbaren Funktion	155
35. Sätze über meßbare Funktionen	157
36. Folgen meßbarer Funktionen	161
37. Die Struktur meßbarer Funktionen	171

Definition des Lebesgueschen Integrals

38. Das obere und untere Lebesguesche Integral einer beschränkten Funktion	176
39. Das Lebesguesche Integral einer beschränkten Funktion	178
40. Das Lebesguesche Integral einer meßbaren Funktion	183

Eigenschaften des Lebesgueschen Integrals

41. Integrationaregeln für Treppenfunktionen	190
42. Integrationsregeln für beliebige meßbare Funktionen	195
43. Folgen integrabler Funktionen	204

Inhaltsverzeichnis

Quadratisch integrierbare Funktionen

44. Definition und Eigenschaften der quadratisch integrierbaren Funktionen	212
45. Konvergenz im Mittel	214
46. Approximation quadratisch integrierbarer Funktionen durch Treppenfunktionen .	218

Das Lebesguesche Integral auf abstrakten Maßräumen.

Maß und Integral auf Produkträumen

47. Meßbare Funktionen auf abstrakten Maßräumen	221
48. Lebesguesche Integrale auf abstrakten Maßräumen	224
49. Produktmaße	228
50. Der Satz von Fubini	235

Das Lebesguesche Integral für Funktionen

einer reellen Veränderlichen

51. Definition und Grundregeln	243
52. Totalstetige Funktionen	244
53. Differenzierbare Funktionen	247
54. Das unbestimmte Integral	256
55. Das Lebesgue-Stieltjessche Integral	265

Vierter Abschnitt

Allgemeine topologische Räume

Vorbemerkungen über metrische Räume

56. Definition des metrischen Raums. Beispiele	271
57. Der Umgebungsbegriff in metrischen Räumen	275

Definition und einfachste Eigenschaften topologischer Räume

58. Definition des topologischen Raums durch Umgebungssysteme	278
59. Häufungspunkte und Berührungs punkte	281
60. Offene und abgeschlossene Mengen	282
61. Kern und Hülle einer Menge	287
62. U -Topologie und O -Topologie	291
63. Basis einer Topologie	294

Stetige und homöomorphe Abbildungen

64. Limites und Häufungspunkte von Punktfolgen	298
65. Stetige Abbildungen	300
66. Homöomorphie	303

Inhaltsverzeichnis

Vergleich und Erzeugung von Topologien

67. Vergleich von Topologien	306
68. Topologie zu gegebener Subbasis	308
69. Untere und obere Grenze einer Familie von Topologien	309
70. Teilräume	310
71. Topologische Summen	316
72. Topologische Produkte	318

Zusammenhang und Dichte

73. Zusammenhängende Mengen	322
74. Zusammenhangskomponenten	328
75. Überall dichte und nirgends dichte Mengen. Separable Räume	329

Fünfter Abschnitt

Hausdorffsche Räume

Filter

76. Definition des Filters	333
77. Vergleich von Filtern	335
78. Abbildung von Filtern	337
79. Ultrafilter	339

Definition des Hausdorffschen Raums.

Konvergenztheorie

80. Definition des Hausdorffschen Raums	341
81. Konvergenz von Filtern	344
82. Häufungspunkte von Filtern	346
83. Häufungspunkte von Mengen	348
84. Stetigkeit von Abbildungen	349
85. Konvergenz in Räumen mit abzählbaren Umgebungsbasen	350

Kompakte Räume

86. Definition des kompakten Raums	353
87. Abzählbar kompakte und folgenkompakte Räume	356
88. Kompakte Mengen	359
89. Abbildungen kompakter Mengen	363
90. Kompakte Produkte	364
91. Lokalkompakte Räume. Kompaktifizierung	365

Reguläre und normale Räume

92. Reguläre Räume	369
93. Normale Räume	371
94. Der Erweiterungssatz von Tietze	373

Inhaltsverzeichnis

Sechster Abschnitt

Metrische Räume

Allgemeine Eigenschaften. Vollständige metrische Räume

95. Abstand und Durchmesser	380
96. Gleichmäßige Stetigkeit	384
97. Konvergenz. Vollständige metrische Räume	387
98. Vervollständigung eines metrischen Raums	393

Kompakten

99. Totalbeschränkte Mengen	397
100. Definition des Kompaktums. Kompaktheitskriterien	400
101. Einige Eigenschaften der Kompakten	404
102. Relativ kompakte Mengen	408
103. Der Satz von Arzelà-Ascoli	410

Metrisierung

104. Das Metrisierungsproblem	416
105. Die Urysohnschen Metrisierungssätze	416

Siebenter Abschnitt

Vektorräume

Vorbemerkungen über die Euklidischen Vektorräume

106. Der n -dimensionale Zahlenvektorraum	421
107. Der n -dimensionale Euklidische Vektorraum	423

Allgemeine Vektorräume

108. Definition des Vektorraums	425
109. Unterräume eines Vektorraums	431
110. Basis eines Vektorraums	432
111. Endlichdimensionale Vektorräume	436

Normierte Vektorräume

112. Definition des normierten Vektorraums	441
113. Separable normierte Vektorräume	446
114. Banachräume	449
115. Endlichdimensionale normierte Vektorräume	452

Inhaltsverzeichnis

Hilberträume

116. Vektorräume mit Skalarprodukt	456
117. Definition des Hilbertraums	460
118. Orthogonale Zerlegungen von Hilberträumen	462
119. Orthonormalsysteme in separablen Hilberträumen	467
120. Orthogonalreihen in separablen Hilberträumen	472
121. Der Hilbertsche Folgenraum l_2	480
122. Der Hilbertsche Funktionenraum $L_2[a, b]$	482
123. Isomorphismus separabler Hilberträume	484
124. Trigonometrische Fourierreihen	487

Achter Abschnitt

Funktionalanalysis

Operatoren in metrischen Räumen

125. Allgemeines über Operatoren	491
126. Der Banachsche Fixpunktsatz	492
127. Anwendungen des Banachschen Fixpunktsatzes	495

Operatoren in normierten Vektorräumen

128. Lineare Operatoren, Stetigkeit und Beschränktheit	500
129. Der Raum der beschränkten linearen Operatoren	507
130. Der Umkehroperator eines linearen Operators	513
131. Lineare Funktionale	519
132. Schwache Konvergenz	527

Selbstadjungierte Operatoren in Hilberträumen

133. Adjungierte Operatoren	533
134. Selbstadjungierte Operatoren	537
135. Operatorgleichungen mit selbstadjungierten Operatoren	541
136. Die Lösung für Punkte der Resolventenmenge	543
137. Die Lösung für Punkte des Spektrums	545
138. Das Spektrum eines selbstadjungierten Operators	549

Vollstetige Operatoren in Hilberträumen

139. Vollstetige Operatoren	555
140. Das Spektrum eines vollstetigen, selbstadjungierten Operators	558
141. Die Lösungen der Operatorgleichung $(T - \lambda E)x = y$	563

Inhaltsverzeichnis

Neunter Abschnitt	
Integralgleichungen	
Vorbereitungen	
142. Definitionen und Beispiele	567
143. Die Fredholmsche Integralgleichung	571
144. Der Satz von Stone-Weierstraß	574
Die Fredholmschen Sätze	
145. Die Neumannsche Reihe	577
146. Integralgleichungen mit ausgeartetem Kern	579
147. Integralgleichungen mit beliebigem Kern	584
Die Fredholmsche Integralgleichung mit symmetrischem Kern	
148. Eigenwerte und Eigenfunktionen der Integralgleichung mit symmetrischem Kern	590
149. Entwicklungssätze	593
Literaturverzeichnis	599
Namen- und Sachverzeichnis	602