

Auf einen Blick

Einleitung	23
Teil I: Mit Statistik den Alltag Bewältigen	31
Kapitel 1: Statistik kurz und knapp	33
Kapitel 2: Fehler in Statistiken	49
Kapitel 3: Das Handwerkszeug des Statistikers.....	65
Teil II: Zahlenknacken leicht gemacht	85
Kapitel 4: Grafiken und Diagramme	87
Kapitel 5: Von Durchschnitten und Medianen.....	133
Teil III: Gewinnchancen realistisch einschätzen	157
Kapitel 6: Wie stehen die Chancen? Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	159
Kapitel 7: Auf Gewinn spielen	175
Teil IV: Mit Wahrscheinlichkeitsmodellen komplizierte Fragen schnell beantworten	185
Kapitel 8: Zufallsvariablen und die Binomialverteilung	187
Kapitel 9: Die Normalverteilung.....	201
Kapitel 10: Die t-Verteilung.....	223
Kapitel 11: Stichprobenverteilungen und der zentrale Grenzwertsatz	231
Kapitel 12: Die Fehlergrenze berücksichtigen	253
Teil V: Wichtige Dinge schätzen	269
Kapitel 13: Interpretation und Bewertung von Konfidenzintervallen	271
Kapitel 14: Konkrete Konfidenzintervalle berechnen	277
Kapitel 15: Häufig genutzte Konfidenzintervalle	287
Teil VI: Mit Testen das kritische Denken fördern	303
Kapitel 16: Behauptungen, Tests und Schlussfolgerungen	305
Kapitel 17: Formeln und Beispiele für häufig genutzte Hypothesentests	327
Teil VII: Statistische Studien richtig ausschöpfen	345
Kapitel 18: Umfragen, Umfragen und noch mehr Umfragen	347
Kapitel 19: Experimente: medizinischer Durchbruch oder irreführendes Ergebnis?..	365
Kapitel 20: Die Suche nach dem Zusammenhang: Korrelationen und andere Assoziationen	383
Kapitel 21: Qualitätskontrolle oder: Was Statistik mit Zahnpasta zu tun hat	417

Teil VIII: Der Top-Ten-Teil	429
Kapitel 22: Zehn Kriterien für eine gute Umfrage	431
Kapitel 23: Zehn häufige Fehler	439
Kapitel 24: Lösungen zu den Übungsaufgaben	451
 Anhang: Tabellen	 587
Abbildungsverzeichnis	597
Stichwortverzeichnis	599

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	23
Über dieses Buch	24
Konventionen in diesem Buch	24
Törichte Annahmen über die Leser	25
Wie dieses Buch aufgebaut ist	26
Teil I: Mit Statistik den Alltag bewältigen	26
Teil II: Zahlenknacken leicht gemacht	26
Teil III: Gewinnchancen realistisch einschätzen	26
Teil IV: Mit Wahrscheinlichkeitsmodellen komplizierte Fragen schnell beantworten	26
Teil V: Wichtige Dinge schätzen	27
Teil VI: Mit Testen das kritische Denken fördern	27
Teil VII: Statistische Studien richtig ausschöpfen	27
Teil VIII: Der Top-Ten-Teil	27
Anhang	27
Lösungen zu den Übungsaufgaben	28
Die Symbole in diesem Buch	28
Wie geht es weiter?	28
 TEIL I	
MIT STATISTIK DEN ALLTAG BEWÄLTIGEN	31
 Kapitel 1	
Statistik kurz und knapp	33
Statistiken verstehen und nutzen	33
Aussagekräftige Studien konzipieren	35
Umfragen	35
Experimente	36
Erheben von brauchbaren Daten	36
Auswahl einer guten Stichprobe	37
Verzerrungen in den Daten vermeiden	38
Sinnvolle Zusammenfassungen erstellen	38
Beschreibende Statistik	39
Diagramme und Schaubilder	40
Verteilungen bestimmen	40
Fehlergrenzen und Konfidenzintervalle	42
Hypothesentests	43
Korrelation, Regression und Kontingenztafeln	44
Glaubwürdige Schlussfolgerungen ziehen	45
Überbordende Ergebnisse	46
Behauptungen zu Ursache und Wirkung hinterfragen	46
Detektivischen Spürsinn statt bloßer Skepsis entwickeln	46
Übungsaufgaben	47

Kapitel 2

Fehler in Statistiken	49
Die Kontrolle übernehmen: so viele Zahlen und so wenig Zeit	49
Fehler, Übertreibungen und schlichte Lügen	50
Die Korrektheit der Zahlen prüfen	50
Irreführende Statistiken aufdecken.	51
Die Wahrheit über Verhältnisse, Raten und Prozentwerte	53
Am rechten Ort nach Lügen suchen	58
Die Bedeutung irreführender Statistiken.	60
Übungsaufgaben	62

Kapitel 3

Das Handwerkszeug des Statistikers	65
Statistik: mehr als nur Zahlen	65
Vier Schritte zu einer aussagekräftigen statistischen Analyse.	66
Immer mehr statistische Analysen	67
Grundbegriffe der Statistik.	67
Die Grundgesamtheit	68
Die Stichprobe	69
Die Verzerrung (Bias).	69
Aus Daten werden Datensätze.	70
Statistische Kennziffern zur Verdeutlichung der Kernaussagen einer statistischen Analyse	71
Die Normalverteilung	74
Experimente	75
Meinungsumfragen	77
Schätzwerte.	77
Wahrscheinlichkeit und Gewinnchancen	79
Das Gesetz der großen Zahl.	80
Hypothesentests	80
Korrelation und Kausalzusammenhang.	82
Übungsaufgaben	82

TEIL II

ZAHLENKNACKEN LEICHT GEMACHT	85
---	-----------

Kapitel 4

Grafiken und Diagramme	87
Statistik grafisch darstellen	87
Ein Stück vom Kuchen abbekommen.	88
Größere versus kleinere Tortenstücke	89
Von guten und schlechten Kreisdiagrammen	91
Bewertung von Kreisdiagrammen.	93
Säulendiagramme im Einsatz	93
Noch einmal die Lieblingsgenres der Kinogänger.	94
Säulendiagramme für mehrere Gruppen.	96
Bewertung von Säulendiagrammen	99

Statistiken mithilfe von Tabellen darstellen.	99
Die Häufigkeitstabelle	100
Tabellarisierung stetiger Daten	102
Die richtigen Zahlen im Auge behalten.	103
Bewertung von Tabellen	104
Das Liniendiagramm.	104
Die Entwicklung der Teilnehmerzahlen im Liniendiagramm.	105
Schauen Sie genau hin	106
Bewertung von Liniendiagrammen.	107
Daten mit einem Histogramm veranschaulichen.	108
Vom Säulendiagramm zum Histogramm	108
Was Histogramme sonst noch verraten	111
Beispiel: Mit einem Baby krabbeln	114
Histogramme interpretieren	116
Bewertung von Histogrammen	116
Übungsaufgaben	116

Kapitel 5

Von Durchschnitten und Medianen 133

Daten mit statistischen Größen beschreiben	133
Qualitative Daten beschreiben	134
Quantitative Daten beschreiben	136
Lagemaße	137
Aufdecken von Werteabweichungen	141
Die $k\text{-}\sigma$ -Regel	147
Mit Perzentilen die relative Position ermitteln	148
Übungsaufgaben	151

TEIL III

GEWINNCHANCEN REALISTISCH EINSCHÄTZEN 157

Kapitel 6

Wie stehen die Chancen? Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung 159

Risiken basierend auf Wahrscheinlichkeiten eingehen	159
Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.	161
Die fünf Säulen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.	161
Ein Würfelbeispiel: Craps	162
Modelle und Simulationen	164
Interpretation von Wahrscheinlichkeiten.	166
Fehleinschätzungen vermeiden.	166
Das sieht wahrscheinlicher aus	166
Kurz- und langfristige Vorhersagen.	167
Die Chancen stehen 50 : 50	167
Interpretation seltener Ereignisse	168
Die häufigsten Irrtümer über Wahrscheinlichkeiten – und wie man sie vermeidet	169

Die Verbindung zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und anderer Statistik	170
Schätzwerte	170
Vorhersagen	171
Entscheidungsfindung	171
Qualitätskontrolle	171
Übungsaufgaben	172

Kapitel 7

Auf Gewinn spielen	175
Warum Casinos Gewinne machen	175
Hilfreiche Kenntnisse	176
Die Chance 50 : 50	177
Gewinnzahlen ziehen	178
Einen Lottoschein ausfüllen – weniger kann mehr sein	179
Das Geschlecht eines Babys vorhersagen	181
Versuchen, am Spielautomaten zu gewinnen	181
Übungsaufgaben	182

TEIL IV

MIT WAHRSCHEINLICHKEITSMODELLEN KOMPLIZIERTE FRAGEN SCHNELL BEANTWORTEN	185
--	------------

Kapitel 8

Zufallsvariablen und die Binomialverteilung	187
Allgemeines zu Zufallsvariablen	187
Diskret im Gegensatz zu kontinuierlich	188
Wahrscheinlichkeitsverteilungen	189
Der Erwartungswert und die Varianz einer diskreten Zufallsvariablen	190
Binomialverteilte Zufallsvariablen als Verteilungsmodell für diskrete Zufallsvariablen	191
Die Binomialverteilungs-Bedingungen Schritt für Schritt prüfen	191
Binomiale Wahrscheinlichkeiten per Formel ermitteln	193
Wahrscheinlichkeiten anhand der Binomialverteilungstabelle ermitteln ..	196
Erwartungswert und Standardabweichung der Binomialverteilung	197
Übungsaufgaben	198

Kapitel 9

Die Normalverteilung	201
Die Grundlagen der Normalverteilung	201
Die Standardnormalverteilung oder Z-Verteilung	204
Eigenschaften der Z-Verteilung	204
Standardisierung von »X« nach »Z«.	205
Wahrscheinlichkeiten für die Z-Verteilung mit der Z-Tabelle ermitteln	206
Wahrscheinlichkeiten für eine Normalverteilung (mithilfe der Z-Verteilung) ermitteln	207
Ein Anwendungsbeispiel	208

Die Lage mithilfe von Perzentilen bestimmen	210
»X« ermitteln, wenn Prozente vorgegeben sind	211
Ein Perzentil für eine Normalverteilung ermitteln	211
Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	215
Übungsaufgaben	217

Kapitel 10

Die t-Verteilung	223
Vergleich der t-Verteilung mit der Standardnormalverteilung	223
Zur Variabilität der »t«-Verteilung	224
Mit der »t«-Tabelle arbeiten	225
Wahrscheinlichkeiten mit der »t«-Tabelle ermitteln	226
Perzentile für die »t«-Verteilung berechnen.	226
»t«-Werte für Konfidenzintervalle auswählen	227
Perlen der Erkenntnis zur »t«-Verteilung mit der »t«-Tabelle studieren	228
Übungsaufgaben	228

Kapitel 11

Stichprobenverteilungen und der zentrale Grenzwertsatz	231
Definition einer Stichprobenverteilung	231
Der Mittelwert einer Stichprobenverteilung	234
Den Standardfehler messen und seine Eigenschaften	236
Stichprobengröße und Standardfehler.	236
Standardabweichung der Population und Standardfehler	238
Die Form einer Stichprobenverteilung	239
Fall 1: Die Verteilung von »X« ist normal.	239
Fall 2: Die Verteilung von »X« ist nicht normal – der zentrale Grenzwertsatz.	240
Beispiel 1: Durchschnittswerte eines fairen Würfels sind annähernd normal verteilt	241
Beispiel 2: Der Durchschnitt eines unfairen Würfels ist immer noch annähernd normal verteilt	242
Drei Klarstellungen zum zentralen Grenzwertsatz	243
Wahrscheinlichkeiten für den Stichprobenmittelwert ermitteln	244
Die Stichprobenverteilung von Stichprobenverhältnissen	245
Wahrscheinlichkeiten für das Stichprobenverhältnis ermitteln	248
Übungsaufgaben	249

Kapitel 12

Die Fehlergrenze berücksichtigen	253
Die Bedeutung des Vorzeichens	253
Die Fehlergrenze berechnen	255
Die Streuung in der Stichprobe messen	255
Die Fehlergrenze für einen Stichprobenanteil berechnen.	258
Die Ergebnisse darstellen	259
Die Fehlergrenze für das Stichprobenmittel berechnen	260
Die Absicherung der Ergebnisse	261

Den Einfluss der Stichprobengröße ermitteln.	262
Wie groß ist groß genug?	262
Stichprobengröße und Fehlergrenze	263
Mehr ist nicht immer (so viel) besser!	263
Die Fehlergrenze beschränken	264
Übungsaufgaben	265

TEIL V

WICHTIGE DINGE SCHÄTZEN..... 269

Kapitel 13

Interpretation und Bewertung von Konfidenzintervallen.... 271

Statistiken mit Parametern in Verbindung bringen	272
Den bestmöglichen Schätzwert abgeben.	272
Ergebnisse auf einem bestimmten Konfidenzniveau interpretieren.....	273
Irreführende Konfidenzintervalle ausfindig machen	274
Übungsaufgaben	274

Kapitel 14

Konkrete Konfidenzintervalle berechnen..... 277

Ein Konfidenzintervall berechnen	277
Die Wahl des Konfidenzniveaus	280
Zur Breite des Konfidenzintervalls	281
Die Stichprobengröße näher betrachtet	282
Die Streuung in der Grundgesamtheit	284
Übungsaufgaben	285

Kapitel 15

Häufig genutzte Konfidenzintervalle..... 287

Konfidenzintervall für den Mittelwert der Grundgesamtheit	287
Konfidenzintervall für den Anteil in der Grundgesamtheit	289
Konfidenzintervall für die Differenz zwischen zwei Mittelwerten	291
Konfidenzintervall für die Differenz zwischen zwei Anteilen in Grundgesamtheiten	294
Konfidenzintervalle richtig interpretieren (sodass auch Ihr Lehrer zufrieden ist) ...	297
Das Ergebnis eines Konfidenzintervalls auswerten: Was die Formeln nicht verraten.	298
Übungsaufgaben	299

TEIL VI

MIT TESTEN DAS KRITISCHE DENKEN FÖRDERN..... 303

Kapitel 16

Behauptungen, Tests und Schlussfolgerungen..... 305

Möglichkeiten, mit Behauptungen umzugehen	306
Wissen, welche Optionen es gibt.....	306
Behauptungen überprüfen.....	306
Nachhaken	308

Einen Hypothesentest durchführen	309
Definieren, was getestet werden soll	309
Eine Hypothese aufstellen	310
Die Stichprobendaten sammeln	311
Das Stichprobenergebnis berechnen	312
Die Ergebnisse standardisieren: Die Prüfgröße	312
Die Beweise gewichten und Entscheidungen treffen	314
Vorsicht bei der Interpretation der Ergebnisse	317
Typische Fehler beim Hypothesentesten	318
Fehler 1. Art oder falscher Alarm	318
Fehler 2. Art oder mal wieder nichts mitgekriegt	319
Schlussfolgerungen über die Schlussfolgerungen anderer ziehen	320
Schritt für Schritt durch den Hypothesentest	320
Die Schritte eines Hypothesentests für eine Grundgesamtheit und große Stichproben	320
Andere Arten von Hypothesentests	323
Die »t«-Verteilung oder der Umgang mit kleineren Stichproben	324
Übungsaufgaben	324

Kapitel 17

Formeln und Beispiele für häufig genutzte

Hypothesentests 327

Hypothesentest für den Mittelwert der Grundgesamtheit	328
Hypothesentest für den Anteil in der Grundgesamtheit	329
Hypothesentest für den Vergleich von zwei Mittelwerten	331
Hypothesentest für gepaarte Mittelwertdifferenzen	333
Vergleich der Anteile in zwei (unabhängigen) Grundgesamtheiten	336
Übungsaufgaben	339

TEIL VII

STATISTISCHE STUDIEN RICHTIG AUSSCHÖPFEN 345

Kapitel 18

Umfragen, Umfragen und noch mehr Umfragen..... 347

Den Einfluss von Meinungsumfragen erkennen	348
Hinter den Kulissen von Meinungsumfragen	349
Planung und Design einer Umfrage	349
Eine Umfrage durchführen	354
Die Ergebnisse interpretieren und Probleme entdecken	358
Übungsaufgaben	361

Kapitel 19

Experimente: medizinischer Durchbruch oder

irreführendes Ergebnis? 365

Experimente und Beobachtungsstudien	366
Experimente unter die Lupe genommen	367
Beobachtungsstudien unter Beobachtung	367
Ethische Gesichtspunkte	367

Gute Experimente planen und umsetzen	368
Die Stichprobengröße auswählen	369
Wahl der Testpersonen	370
Zufälliges Zuweisen der Testpersonen zu den Versuchsgruppen	371
Störvariablen ausschalten	373
Doppelblindstudien	374
»Gute« Daten sammeln	374
Die Daten angemessen analysieren	375
Angemessene Schlüsse ziehen	376
Experimente sachkundig beurteilen	378
Übungsaufgaben	379

Kapitel 20

Die Suche nach dem Zusammenhang: Korrelationen und andere Assoziationen..... 383

Beziehungen mit Plots und Diagrammen bildlich darstellen	383
Bivariate quantitative Daten grafisch darstellen	384
Bivariate qualitative Daten grafisch darstellen	386
Quantifizierung der Beziehung oder Korrelationen und andere Maße	388
Die Beziehung zwischen zwei quantitativen Variablen	388
Den Zusammenhang zwischen zwei qualitativen Variablen quantifizieren	392
Mit Wahrscheinlichkeiten Zusammenhänge fundieren	394
Schnittmengen, Vereinigungsmengen und die Additionsregel	395
Bedingte Wahrscheinlichkeiten und die Multiplikationsregel	397
Assoziationen, Korrelationen und Kausalzusammenhänge	400
Vorhersagen auf der Basis von korrelierten Daten: die Regressionsanalyse	401
Vorhersagen mit zwei qualitativen Variablen mittels Konfidenzintervallen	406
Übungsaufgaben	407

Kapitel 21

Qualitätskontrolle oder: Was Statistik mit Zahnpasta zu tun hat..... 417

Erwartungen erfüllen	417
Die Qualität aus der Zahnpastatube herausquetschen	419
Der Zusammenhang zwischen Richtigkeit und Präzision	420
Qualitätsregelkarten	420
Was ist Exaktheit?	421
Was ist Präzision?	422
Was bei Normalverteilung zu erwarten ist	422
Die Kontrollgrenzen bestimmen	423
Überwachung des Fertigungsprozesses	425
Übungsaufgaben	427

TEIL VIII
DER TOP-TEN-TEIL 429

Kapitel 22
Zehn Kriterien für eine gute Umfrage 431

Die Zielpopulation sollte klar definiert sein	431
Die Stichprobe sollte die Zielpopulation abbilden	432
Die Stichprobe sollte zufällig ausgewählt sein	433
Die Stichprobe sollte groß genug sein	433
Mit Anreizen Verweigerung minimieren	434
Eine angemessene Art von Umfrage wählen	435
Keine Suggestivfragen verwenden	436
Der Zeitpunkt sollte gut gewählt sein	436
Die Personen, die die Umfrage durchführen, sollten gut ausgebildet sein	437
Die Umfrage sollte die ursprüngliche Fragestellung beantworten	438

Kapitel 23
Zehn häufige Fehler 439

Irreführende Grafiken	439
Kreisdigramme	439
Säulendiagramme	441
Liniendiagramme	441
Histogramme	442
Verzerrte Daten	442
Keine Fehlergrenze	443
Keine Zufallsstichproben	444
Stichprobengröße verschweigen	445
Falsch interpretierte Korrelationen	445
Störvariablen	446
Gepfuschte Zahlen	447
Selektive Darstellung von Ergebnissen	448
Die allmächtige Anekdote	448

Kapitel 24
Lösungen zu den Übungsaufgaben 451

Lösungen zu Kapitel 1	451
Lösungen zu Kapitel 2	453
Lösungen zu Kapitel 3	455
Lösungen zu Kapitel 4	457
Lösungen zu Kapitel 5	476
Lösungen zu Kapitel 6	485
Lösungen zu Kapitel 7	488
Lösungen zu Kapitel 8	493
Lösungen zu Kapitel 9	497
Lösungen zu Kapitel 10	511

22 Inhaltsverzeichnis

Lösungen zu Kapitel 11.	514
Lösungen zu Kapitel 12.	519
Lösungen zu Kapitel 13.	526
Lösungen zu Kapitel 14.	529
Lösungen zu Kapitel 15.	531
Lösungen zu Kapitel 16.	539
Lösungen zu Kapitel 17.	541
Lösungen zu Kapitel 18.	553
Lösungen zu Kapitel 19.	557
Lösungen zu Kapitel 20.	562
Lösungen zu Kapitel 21.	584
Anhang: Tabellen.	587
Die t-Tabelle.	587
Die Z-Tabelle.	590
Die Binomialverteilungstabelle.	591
Abbildungsverzeichnis.	597
Stichwortverzeichnis.	599