

INHALTSVERZEICHNIS

| | | |
|---|--|-----------|
| O. | Einleitung | 7 |
| ABSCHNITT I: | | 10 |
| KRITIK AN DER DIDAKTISCHEN DISKUSSION UM DEN WINKEL- BEGRIFF. SAMMLUNG VON ARGUMENTEN WIDER EINE "TRENNENDE" UND "REDUZIERENDE" GEOMETRIEDIDAKTIK. | | |
| 1. | Die didaktische Diskussion um den Winkelbegriff | 11 |
| 1.1 | <u>Kurzdarstellung der in didaktischen Arbeiten vorgeschlagenen Winkeldefinitionen und Zugänge zum Winkelbegriff</u> | 13 |
| 1.1.1 | Definitionen mit Geraden | 15 |
| 1.1.2 | Definitionen mit Halbgeraden ohne Auszeichnung eines Erstschenkels | 16 |
| 1.1.3 | Definitionen mit Halbgeraden unter Auszeichnung eines Erstschenkels | 17 |
| 1.1.4 | Winkel als orientiertes Winkelfeld | 19 |
| 1.1.5 | Weitere Winkeldefinitionen | 22 |
| 1.2 | <u>Das Argumentationsfeld bei der Auswahl von Winkeldefinitionen und Zugängen zum Winkelbegriff</u> | 25 |
| 1.2.1 | Analyse der Argumente bei der Beurteilung von Zugängen | 25 |
| 1.2.2 | Eine oder mehrere Definitionen? | 30 |
| 1.2.3 | Enge Sicht von Begriffsbildung | 34 |
| 1.3 | <u>Zur Mathematisierung anschaulicher Vorstellungen als Anpassung an eine Hintergrundtheorie</u> | 37 |
| 1.4 | <u>Vorstellungen und Fehlvorstellungen - Kritik einer Einstellung</u> | 44 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 2. | Der Winkelbegriff in den Schulbüchern der 6. Schulstufe | 54 |
| 2.1 | <u>Zugänge zum Winkelbegriff in zehn Schulbüchern der Bundesrepublik Deutschland</u> | 57 |
| 2.2 | <u>Zugänge zum Winkelbegriff in fünf österreichischen Schulbüchern</u> | 70 |
| 2.3 | <u>Ursprünge und Umsetzung einer didaktischen Hintergrundtheorie</u> | 77 |
| 2.4 | <u>Zusammenfassung und didaktische Implikationen</u> | 88 |
| 2.4.1 | Umweltbezug als Anhängsel der Theorie | 88 |
| 2.4.2 | Der Winkel als Figur | 90 |
| 2.4.3 | Fehlen einer Reflexionsebene | 91 |
| 2.4.4 | Oberflächliche Betrachtung der Winkelmessung | 93 |
| 2.4.5 | Subkulturen | 94 |
| 3. | Tendenzen einer "trennenden" und "reduzierenden" Geometriedidaktik | 96 |
| 3.1 | <u>Kritische Anmerkungen zu Analysen des Winkelbegriffes in der didaktischen Literatur</u> | 98 |
| 3.2 | <u>"Trennungs- und Reduktionshaltungen" in der Geometriedidaktik</u> | 102 |
| 3.2.1 | Trennung Lernender - Fach | 102 |
| 3.2.2 | Umweltbezug als (listiges) Schmachhaftmachen von Theorie | 107 |
| 3.2.3 | Orientierung an einem bestimmten axiomatischen Aufbau | 111 |
| 3.2.4 | Trennung propädeutischer Unterricht - systematischer Unterricht (Betrachtungen zum sogenannten "Spiralprinzip") | 117 |

REFLEXIONEN ÜBER HISTORISCH-FACHLICHE, PSYCHOLOGISCH-INDIVIDUELLE UND EPISTEMOLOGISCH-OPERATIVE ASPEKTE DES WINKELBEGRIFFES

| | | |
|-----------|---|------------|
| 4. | Betrachtungen zur historisch-fachlichen Genese des Winkelbegriffes | 126 |
| 4.1 | <u>Der Winkelbegriff vor EUKLID</u> | 127 |
| 4.2 | <u>Die "Elemente" des EUKLID</u> | 134 |
| 4.3 | <u>Die "Grundlagen der Geometrie" von David HILBERT</u> | 148 |
| 4.4 | <u>Die "Grundlagen der Geometrie" von Felix KLEIN</u> | 157 |
| 4.5 | <u>Der "Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff" von Friedrich BACHMANN</u> | 164 |
| 4.6 | <u>"Neue Elementargeometrie" von Gustave CHOQUET</u> | 175 |
| 4.7 | <u>Resümierende Betrachtungen zur historisch - fachlichen Genese des Winkelbegriffes</u> | 186 |
| 5. | Reflexionen über Untersuchungen von Jean PIAGET und Mitarbeitern zum Winkelbegriff | 194 |
| 5.1 | <u>"Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde" (J. PIAGET und B. INHELDER) - Bezüge zum Winkelbegriff</u> | 197 |
| 5.2 | <u>"Die natürliche Geometrie des Kindes" (J. PIAGET, B. INHELDER und A. SZEMINSKA) - Bezüge zur Winkelmessung</u> | 204 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.3 | <u>Reflexionen zur historischen und zur individuellen Genese des Winkelbegriffes, didaktische Implikationen</u> | 211 |
| 5.3.1 | Der Winkel als Beziehung | 211 |
| 5.3.2 | "Spitzheit" - eine prägende Vorstellung | 212 |
| 5.3.3 | Bewußtes Loslösen von egozentrischen Sichtweisen | 214 |
| 5.3.4 | "Verwandtschaft" von Winkel und Ähnlichkeit | 216 |
| 5.3.5 | "Verwandtschaft" von Winkel und Drehung | 217 |
| 5.3.6 | Die Bedeutung des Winkelmessens | 219 |
| 5.3.7 | Verschiedene Vorstellungen von Winkel | 220 |
| 6. | Eine empirische Studie über Vorstellungen von Winkel bei 12 bis 13jährigen Schüler(inne)n | 222 |
| 6.1 | <u>Ergebnisse der Testbefragung</u> | 224 |
| 6.1.1 | Rangreihung einiger mathematischer Begriffe nach deren Schwierigkeitsgrad aus der Sicht von Schüler(inne)n | 225 |
| 6.1.2 | "Was ist ein Winkel?" - Vorstellungen von Schüler(inne)n | 227 |
| 6.1.3 | Situationen, in denen Winkel auftreten | 230 |
| 6.2 | <u>Ergebnisse der schriftlichen Hauptbefragung</u> | 232 |
| 6.2.1 | Schwierigkeiten mit dem Winkelbegriff | 233 |
| 6.2.2 | Was verstehen Schüler(innen) unter einem Winkel? | 237 |
| 6.2.3 | Situationen aus dem Alltag, in denen Winkel auftreten | 244 |
| 6.3 | <u>Ergebnisse zweier Schülerinterviews</u> | 246 |
| 6.3.1 | Ein Leitfaden für die Interviews | 246 |
| 6.3.2 | Das Interview mit dem Schüler "beta" | 249 |
| 6.3.3 | Das Interview mit der Schülerin "chi" | 262 |
| 6.4 | <u>Zusammenfassung und didaktische Implikationen</u> | 274 |
| 6.4.1 | Das Problem der Loslösung von egozentrischen Sichtweisen | 274 |
| 6.4.2 | Das Problem der Loslösung von physikalischen Phänomenen | 277 |
| 6.4.3 | Probleme der Winkelmessung | 279 |
| 6.4.4 | Probleme der Umsetzung von Hintergrundtheorien in den Unterricht | 284 |

| | | |
|-----|--|-----|
| 7. | Überlegungen zur Bedeutung des "Operativen" beim Winkelbegriff | 289 |
| 7.1 | <u>"Operatives Prinzip" und "Prinzip der operativen Begriffsbildung" - ein prinzipieller Vergleich</u> | 290 |
| 7.2 | <u>Operative Aspekte des Winkelbegriffes im Sinne des "Prinzips der operativen Begriffsbildung"</u> | 295 |
| 7.3 | <u>Der Winkelbegriff in der Computersprache "LOGO"</u> | 304 |
| 7.4 | <u>"Operatives Prinzip" als erweiterter Begriff, didaktische Implikationen</u> | 312 |

ABSCHNITT III: 318

AUF DER SUCHE NACH EINEM INTEGRATIVEN VERSTÄNDNIS VON GEOMETRIEDIDAKTIK. EIN AUFGABENSYSTEM ZUR KONSTRUKTION DES WINKELBEGRIFFES IM RAHMEN EINER LEBENDIGEN GEOMETRIE.

| | | |
|-------|---|-----|
| 8. | Überlegungen zur Konstruktion des Winkelbegriffes im Rahmen einer lebendigen Geometrie | 319 |
| 8.1 | <u>Zum Ansatz einer lebendigen Geometrie</u> | 320 |
| 8.1.1 | Geometrieunterricht als reflektierte Weiterentwicklung der Beziehung des Schülers zur Geometrie | 320 |
| 8.1.2 | Erläuternde Aspekte zu einer lebendigen Geometrie | 331 |
| 8.1.3 | Konstruktion von Aufgabensystemen als Organisationsprinzip lebendiger Geometrie | 340 |
| 8.2 | <u>Strukturierung eines Aufgabensystems zum Winkelbegriff</u> | 346 |
| 8.2.1 | Ziele des Aufgabensystems | 346 |
| 8.2.2 | Zur Grobstruktur des Aufgabensystems | 347 |
| 8.2.3 | Zum Aufbau der einzelnen Sequenzen | 350 |
| 8.2.4 | Aufgaben als bedeutende Basis didaktischer Diskussionen | 358 |

| | | |
|----------------------|--|------------|
| 9. | Konkreter Vorschlag für ein Aufgabensystem zur Konstruktion des Winkelbegriffes | 361 |
| 9.1 | <u>Sequenz 1 : "Wir messen Winkel"</u> | 364 |
| 9.2 | <u>Sequenz 2 : "Verschiedene Situationen - verschiedene Winkel"</u> | 380 |
| 9.3 | <u>Sequenz 3 : "Beweisen mit Winkeln"</u> | 395 |
| 9.4 | <u>Sequenz 4 : "Weitere Problembereiche"</u> | 417 |
| 9.5 | <u>Sequenz 5 : "Praktische Anwendungen"</u> | 433 |
| Anhang | | 455 |
| | Anhang 1: Die Transkription der beiden Interviews | 456 |
| | Anhang 2: Das Kreisbogen - Lemma | 498 |
| | Anhang 3: Ein Katalog allgemeiner Lernziele | 501 |
| Verzeichnisse | | 504 |
| | Literaturverzeichnis | 505 |
| | Bildquellenverzeichnis | 515 |