

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1 Wie funktioniert Mathematik?	1
1 Mathematik und das menschliche Denkvermögen	2
2 Mathematik und Sprache	6
3 Woher kommen die mathematischen Begriffe?	8
3.1 Definierte Begriffe	8
3.2 Grundbegriffe	9
3.3 Termklassen	10
3.4 Abstrakte Erzeugung von Begriffen	19
3.5 Die Anzahl der Begriffe, die mit einer endlichen Menge verbunden sind	23
3.6 Der Universalienstreit	27
4 Wahrheit und Widerspruchsfreiheit	29
4.1 Wahr und falsch	29
4.2 Junktoren	32
4.3 Lösungen logischer Probleme	35
4.4 Tautologien	39
4.5 Argumentationen und Beweise	40
4.6 Substitutionsprinzip	41
4.7 Kontradiktion und Widerspruch	42
4.8 Widerspruchsbeweis	45
4.9 Von der Logik zum Computer	46
4.10 Eleganz in der Sprache	52
5 Theorie und Modell	54
6 Strukturen	60
7 Metatheorie und der Gödelsche Unvollständigkeitssatz	68
Zum Abschluss	75
Kapitel 2 Wie arbeitet Mathematik?	77
1 Der königliche Weg zur mehrdimensionalen und nichteuklidischen Geometrie	78
1.1 Der Schnellzug der analytischen Geometrie	78
1.2 Die Welt der Inzidenzgeometrie	96
1.3 Geodäten auf einer gekrümmten Fläche	101
Schlussbemerkung	102
2 Vom leeren Nichts zu absonderlichen Unendlichkeiten	103
2.1 Die unendliche Folge der natürlichen Zahlen	103
2.2 Eine unendliche Prozession von Kardinalzahlen	104
2.3 Transfinite Ordinalzahlen	112
Schlussbemerkung	113

3	Erstaunliche Geburtstage und Garderobenverhältnisse	114
3.1	Happy birthday to you and you	115
3.2	Ist das mein Hut oder ist es der von Euler?	118
3.3	Paradoxien in der Wahrscheinlichkeitsrechnung	122
	Schlussbemerkung	125
4	Vom Abendspaziergang zu operationalen Netzwerken	126
4.1	Die sieben Brücken von Königsberg	126
4.2	Eulerwege	127
4.3	Probleme aus der Graphentheorie	130
	Schlussbemerkung	133
5	Ideale Maße für Miss Blecheimer und Mr. Pommestüte	134
5.1	Zylinder mit gegebenem Volumen und minimaler Oberfläche	134
5.2	Kegel mit vorgegebenem Inhalt und minimaler Mantelfläche.	136
	Schlussbemerkung	138
6	Ende gut, alles gut!	139
6.1	Prüfzahlen	140
6.2	Fehlerkorrektur mit Hamming-Codes	144
	Schlussbemerkung	148
7	Der Zauber der Fraktale und das deterministische Chaos	149
7.1	Iteration als Rezept für Fraktale	151
7.2	Chaotisches Verhalten deterministischer Systeme	160
	Schlussbemerkung	169
8	Reduktive Algorithmen für das Wurzelziehen	170
8.1	Teilungen eines Intervalls mit dem Parallelografen	170
8.2	Rekursionsformeln und Nomogramme für das Wurzelziehen	175
	Schlussbemerkung	182
	Zum Abschluss	183
	Kapitel 3 Mathematik und Kultur	185
1	Vom Nomadentum zur Agrarkultur	188
1.1	Steinalte Zahlen	189
1.2	Die ägyptischen Landmesser	190
1.3	Die babylonischen Astronomen	193
1.4	Das dezimale Zahlensystem der Hindus	197
1.5	Chinesische Rechenstäbchen	199
1.6	Die Kalender der Maya	201
	Schlussbemerkung	203
2	Die Revolution durch den theoretischen Geist der Griechen	204
2.1	Thales von Milet	205
2.2	Die Schule des Pythagoras in Kroton	207
2.3	Die Paradoxien des Zenon von Elea	212
2.4	Die fünf platonischen Körper	213

2.5 Die aristotelische Logik	219
2.6 Das rationale Modell der <i>Elemente</i> des Euklid	222
2.7 Die olympische Erscheinung des Archimedes	227
Schlussbemerkung	230
3 Von einer agrarischen zu einer industriellen Kultur	231
3.1 Die geniale Erfindung der Dezimalbrüche	235
3.2 Der Rechenkomfort der „wundersamen“ Logarithmen	237
3.3 Ein neues Weltbild	240
3.4 Die Geburt der Mechanik	242
3.5 Die innige Umarmung von Algebra und Geometrie	243
3.6 Die Wege des Zufalls	246
3.7 Die Enträtselung der „Himmelsmechanik“	250
Schlussbemerkung	257
4 Eintritt in die Moderne	258
4.1 Der abstrakte Sprung in eine nichteuklidische Geometrie	258
4.2 Die Geburt der modernen Algebra	261
4.3 Die eingehende Grundlegung der Analysis	264
4.4 Die Faszination des Unendlichen	265
4.5 Der Quell der Informatikflut	269
Zum Abschluss	272
Kapitel 4 Mathematik in Natur und Kunst	275
1 Mathematik in den Formen der Natur	278
1.1 Die Gleichungen des Kosmos	278
1.2 Die Formen der Dinge in unserer Nähe	287
Schlussbemerkung	301
2 Mathematische Strukturen in der Kunst	302
2.1 Die Formen und Techniken der Baukunst	302
Schlussbemerkung	318
2.2 Bildende Künste	319
Schlussbemerkung	333
2.3 Mathematik und Musik	334
Schlussbemerkung	353
2.4 Mathematik und Literatur	354
Schlussbemerkung	363
Zum Abschluss	364
Epilog	365
Bildnachweisen	366
Literaturverzeichnis	374
Register	377