

Inhalt

Vorwort	IX
Teil I Theoretische Grundlagen	1
1 Algebraische Strukturen	3
1.1 Was ist eine Menge?	3
1.2 Verknüpfungsgebilde	4
1.2.1 Kommutativität	5
1.2.2 Assoziativität	5
1.2.3 Distributivität	5
1.2.4 Neutrales Element	5
1.2.5 Inverses Element	6
1.3 Algebraische Struktur	6
1.3.1 Gruppe	6
1.3.2 Abel'sche Gruppe	7
1.3.3 Halbgruppe	7
1.3.4 Ring	7
1.3.5 Körper	7
1.4 Boolesche algebraische Struktur	8
1.4.1 Verband	8
1.4.2 Halbgeordnete Menge	8
1.4.3 Verband mit Null- und Einselement	9
1.4.4 Komplementärer Verband	9
1.4.5 Distributiver Verband	9
1.4.6 Boolescher Verband	9
1.4.7 Boolescher Ring	10

2	Boolesche Algebren	11
2.1	Aufteilung der Booleschen Algebra	11
2.2	Aussagenlogische Algebra	12
2.3	Mengenalgebra	13
2.3.1	Definitionen	13
2.3.1.1	Menge	13
2.3.1.2	Elemente	14
2.3.1.3	Tupel	15
2.3.2	Mengendefinitionen	15
2.3.2.1	Kardinalität	15
2.3.2.2	Leere Menge	15
2.3.2.3	(Echte) Teilmenge	15
2.3.2.4	Gleichheit von Mengen	16
2.3.2.5	Potenzmenge	17
2.3.3	Mengenoperationen	17
2.3.3.1	Vereinigungsmenge	17
2.3.3.2	Schnittmenge	18
2.3.3.3	Komplement	19
2.3.4	Gesetzmäßigkeiten der Mengenalgebra	20
2.3.5	Weitere Mengenoperationen	21
2.3.5.1	Differenzmenge	21
2.3.5.2	Antivalenz (symmetrische Differenz)	22
2.3.5.3	Äquivalenz (Komplement der symmetrischen Differenz)	22
Teil II	Schaltalgebra und schaltalgebraische Funktionen	25
3	Schaltalgebra	27
3.1	Grundregeln der Schaltalgebra	27
3.1.1	Grundregeln der Antivalenzform	29
3.1.2	Grundregeln der Äquivalenzform	30
3.1.3	Produkt- und Summenterm	31
3.1.4	Orthogonalität	32
3.2	Logikgatter	34
4	Schaltalgebraische Funktion	37
4.1	Schaltfunktion	37
4.2	Standardformen	38

4.2.1	Disjunktive Form – DF	39
4.2.2	Konjunktive Form – KF	39
4.2.3	Antivalenzform von Konjunktionen – AF_K	40
4.2.4	Äquivalenzform von Konjunktionen – EF_D	40
4.2.5	Antivalenzform von Disjunktionen – AF_D	41
4.2.6	Äquivalenzform von Konjunktionen – EF_K	41
4.3	Karnaugh-Veitch-Diagramm	42
4.3.1	Abbildung der DF	43
4.3.2	Abbildung der KF	43
4.3.3	Abbildung der AF_K und AF_D	44
4.3.4	Abbildung der EF_D und EF_K	44
4.3.5	Beispielfunktionen zu den Standardformen	45
Teil III Arithmetik		47
5	Arithmetik der Schaltalgebra	49
5.1	Umwandlung von DF zu KF	49
5.2	Das Verunden	50
5.2.1	Verunden zweier Produktterme	50
5.2.2	Verunden zweier Summenterme	51
5.2.3	Verunden zweier DFen	52
5.2.4	Verunden zweier KFen	53
5.3	Das Verodern	54
5.3.1	Verodern zweier Produktterme	54
5.3.2	Verodern zweier Summenterme	55
5.3.3	Verodern zweier DFen	56
5.3.4	Verodern zweier KFen	57
5.4	Das Negieren	58
5.4.1	Negieren eines Produkttermes	58
5.4.2	Negieren eines Summentermes	58
5.4.3	Negieren einer DF	59
5.4.4	Negieren einer KF	60
5.5	Die Differenzbildung	61
5.5.1	Differenz zweier Produktterme	61
5.5.2	Differenz zweier Summenterme	62
5.5.3	Differenz zweier DF	63
5.5.4	Differenz zweier KF	64

6	Das Resolvieren	67
6.1	Resolvieren in DF und KF	68
6.1.1	Resolvieren in DF	68
6.1.2	Resolvieren in KF	68
6.2	Resolvieren in AF_K und EF_D	69
6.2.1	Resolvieren in AF_K	69
6.2.2	Resolvieren in EF_D	71
6.3	Resolvieren in AF_D und EF_K	72
6.3.1	Resolvieren in AF_D	74
6.3.2	Resolvieren in EF_K	75
Teil IV	Orthogonalisierende Differenzbildung	79
7	Die Theorie zur orthogonalisierenden Differenzbildung	81
7.1	Methode der orthogonalisierenden Differenzbildung	81
7.1.1	Axiome und Postulate	84
7.1.1.1	Axiome für Variablen	84
7.1.1.2	Axiome für Produktterme	84
7.1.1.3	Postulate	85
7.1.2	Analyse der neuen Methode	86
7.1.2.1	Äquivalenz zur Differenzbildung	86
7.1.2.2	Kommutativität	86
7.1.2.3	Assoziativität	87
7.1.2.4	Distributivität	88
7.2	Anwendungen der orthogonalisierenden Differenzbildung	89
7.2.1	Orthogonalisierende Differenzbildung zwischen einer DF und einem Produktterm	89
7.2.2	Orthogonalisierende Differenzbildung zweier Funktionen	90
7.2.3	Orthogonale Negierte einer Funktion	92
7.2.4	Orthogonalisierung	94
7.2.5	Berechnung einer Redundanz- und Irredundanzfunktion	97
7.2.5.1	Bi-Dekomposition von Schaltfunktionen	97
7.2.5.2	Berechnung der Irredundanzfunktion	99

Teil V Mathematische Beweise	103
8 Mathematische Beweise	105
8.1 Konjunktion von Produkttermen	105
8.2 Konjunktion von Summentermen	106
8.3 Konjunktion zweier DFen	107
8.4 Konjunktion zweier KFen	108
8.5 Disjunktion von Produkttermen	109
8.6 Disjunktion von Summentermen	110
8.7 Disjunktion zweier DFen	111
8.8 Disjunktion zweier KFen	112
8.9 Differenzbildung zweier Produktterme	113
8.10 Differenzbildung zweier Summenterme	114
8.11 Differenzbildung zweier DFen	115
8.12 Differenzbildung zweier KFen	116
8.13 Orthogonalisierende Differenzbildung $\ominus$	117
8.14 Orthogonalisierung ORTH[$\ominus$]	118
8.15 Irredundanzfunktion IR[$\ominus$]	119
9 Beweis der Strukturzugehörigkeit	121
9.1 AF_K ein Boolescher Ring	121
9.2 EF_D ein Boolescher Ring	124
9.3 AF_D kein Boolescher Ring	127
9.4 EF_K kein Boolescher Ring	129
Literatur	133
Stichwortverzeichnis	137