

INHALTSVERZEICHNIS

Kap. I. Anfangsgründe der Funktionentheorie

1. Funktionen einer komplexen Veränderlichen	1
2. Ableitungen	6
3. Konforme Abbildung	10
4. Das Integral	13
5. Der CAUCHYsche Integralsatz	15
6. Die fundamentalen Formeln der Integralrechnung	18
7. Die CAUCHYsche Integralformel	20
8. Integrale vom CAUCHYschen Typ	25
9. Folgerungen aus der CAUCHYschen Formel	27
10. Isolierte singuläre Punkte	29
11. Unendliche Reihen mit komplexen Gliedern	31
12. Satz von WEIERSTRASS	33
13. Potenzreihen	36
14. Die TAYLORsche Reihe	37
15. LAURENTsche Reihen	40
16. Einige Beispiele	43
17. Isolierte singuläre Punkte. Der unendlich ferne Punkt	47
18. Analytische Fortsetzung	50
19. Beispiele mehrdeutiger Funktionen	56
20. Singuläre Punkte analytischer Funktionen und RIEMANNsche Flächen	63
21. Der Residuensatz	66
22. Sätze über die Anzahl der Nullstellen	69
23. Umkehrung von Potenzreihen	72
24. Das Spiegelungsprinzip	75
25. TAYLORsche Reihen auf dem Rande des Konvergenzkreises	78
26. Der Hauptwert eines Integrals	80
27. Der Hauptwert eines Integrals (Fortsetzung)	84
28. CAUCHYsche Integrale	88

Kap. II. Konforme Abbildung und ebene Felder

29. Konforme Abbildung	95
30. Die lineare Abbildung	98
31. Die allgemeine lineare Abbildung	99
32. Die Funktion $w = z^2$	107
33. Die Funktion $w = \frac{1}{2}(z + \frac{1}{z})$	108
34. Zweieck und Streifen	111
35. Hauptsatz der Theorie der konformen Abbildung	113
36. Die CHRISTOFFELsche Formel	115
37. Einige Spezialfälle	122
38. Das Äußere eines Vielecks	125

39. Minimaleigenschaft der Abbildung auf den Kreis	127
40. Das Verfahren der konjugierten trigonometrischen Reihen	130
41. Die stationäre ebene Flüssigkeitsströmung	137
42. Beispiele	139
43. Das Problem der Umströmung	142
44. Die Formel von JOUKOWSKI	143
45. Das ebene elektrostatische Problem	145
46. Beispiele	147
47. Das ebene Magnetfeld	151
48. Die SCHWARZsche Formel	151
49. Der Kern $\frac{1}{z-\bar{w}}$	154
50. Randwertprobleme	157
51. Die biharmonische Gleichung	161
52. Die Wellengleichung und analytische Funktionen	164
53. Hauptsatz	166
54. Beugung ebener Wellen	171
55. Reflexion von elastischen Wellen an geradlinigen Begrenzungen	175

Kap. III. Anwendung der Residuentheorie; ganze und gebrochene Funktionen

56. Das FRESNELsche Integral	181
57. Integration von Ausdrücken mit trigonometrischen Funktionen	183
58. Die Integration einer rationalen Funktion	184
59. Einige neue Integraltypen mit trigonometrischen Funktionen	186
60. Lemma von JORDAN	189
61. Darstellung einiger Funktionen durch Kurvenintegrale	190
62. Beispiele von Integralen mehrdeutiger Funktionen	194
63. Integration eines Systems linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	198
64. Partialbruchzerlegung einer meromorphen Funktion	202
65. Die Funktion $\operatorname{ctg} z$	205
66. Die Konstruktion meromorpher Funktionen	208
67. Ganze Funktionen	209
68. Unendliche Produkte	211
69. Konstruktion einer ganzen Funktion aus ihren Nullstellen	214
70. Integrale, die von einem Parameter abhängen	217
71. Die Integraldarstellung der Gammafunktion	219
72. Die EULERSche Betafunktion	223
73. Das unendliche Produkt für die Funktion $[\Gamma(z)]^{-1}$	225
74. Darstellung von $\Gamma(z)$ durch ein Kurvenintegral	230
75. Die STELLINGSMA'sche Formel	232
76. Die EULERSche Summenformel	237
77. Die BERNOULLI'schen Zahlen	240
78. Die Methode des größten Gefalles	242
79. Abtrennung des Hauptbestandteiles eines Integrals	244
80. Beispiele	250

Kap. IV. Funktionen mehrerer Veränderlicher und Funktionen von Matrizen

81. Reguläre Funktionen mehrerer Veränderlicher	259
82. Das Doppelintegral und die CAUCHY'sche Formel	259
83. Potenzreihen	261
84. Analytische Fortsetzung	266

85. Funktionen von Matrizen. Einführende Begriffe	268
86. Potenzreihen einer Matrix	269
87. Multiplikation von Potenzreihen. Umkehrung von Potenzreihen	272
88. Weitere Konvergenzuntersuchungen	275
89. Interpolation von Polynomen	278
90. Die CAYLEYSche Identität und die SYLVESTERSche Formel	280
91. Analytische Fortsetzung	282
92. Beispiele mehrdeutiger Funktionen	284
93. Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	287
94. Funktionen mehrerer Matrizen	292

Kap. V. Lineare Differentialgleichungen

95. Entwicklung von Lösungen in Potenzreihen	295
96. Analytische Fortsetzung einer Lösung	299
97. Die Umgebung eines singulären Punktes	300
98. Außerwesentlich singuläre Punkte	304
99. Differentialgleichungen der FUCHSschen Klasse	311
100. Die GAUSSsche Differentialgleichung	314
101. Die hypergeometrische Reihe	316
102. Die LEGENDRESchen Polynome	320
103. Die JACOBIschen Polynome	326
104. Konforme Abbildung und GAUSSsche Differentialgleichung	330
105. Wesentlich singuläre Punkte	334
106. Asymptotische Entwicklungen	337
107. Die LAPLACE-Transformation	340
108. Verschiedene Wahl der Lösung	342
109. Asymptotische Darstellung einer Lösung	346
110. Vergleich der erhaltenen Resultate	350
111. Die BESSELSche Differentialgleichung	351
112. Die HANKELschen Funktionen	355
113. Die BESSELSchen Funktionen	359
114. Die LAPLACE-Transformation in allgemeineren Fällen	360
115. Die verallgemeinerten LAGUERRESchen Polynome	362
116. Positive Parameterwerte	365
117. Eine Entartung der GAUSSschen Differentialgleichung	367
118. Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten	369
119. Analytische Koeffizienten	375
120. Systeme linearer Differentialgleichungen	376
121. Außerwesentlich singuläre Punkte	378
122. Reguläre Differentialgleichungssysteme	381
123. Darstellung einer Lösung in der Umgebung eines singulären Punktes	387
124. Kanonische Lösungen	390
125. Der Zusammenhang mit den regulären Lösungen vom FUCHSschen Typ	393
126. Der Fall beliebiger U ,	394
127. Die Entwicklung in der Umgebung eines wesentlich singulären Punktes	397
128. Entwicklungen in gleichmäßig konvergente Reihen	404

Kap. VI. Spezielle Funktionen der mathematischen Physik

§ 1. Kugelfunktionen und LEGENDRESche Funktionen	411
129. Definition der Kugelfunktionen	411
130. Explizite Ausdrücke der Kugelfunktionen	413

131. Die Orthogonalität	416
132. Die LEGENDRESchen Polynome	420
133. Die Entwicklung nach Kugelfunktionen	424
134. Der Konvergenzbeweis	427
135. Der Zusammenhang zwischen Kugelfunktionen und Randwertproblemen	429
136. Das DIRICHLEtsche und NEUMANNsche Problem	431
137. Das Potential räumlich verteilter Massen	434
138. Das Potential einer Kugelschicht	435
139. Das Elektron im Zentralfeld	438
140. Kugelfunktionen und lineare Darstellungen der Drehungsgruppe	440
141. Die LEGENDRESchen Funktionen	442
142. Die LEGENDRESchen Funktionen zweiter Art	444
§ 2. Die BESSELSchen Funktionen	448
143. Definition der BESSELSchen Funktionen	448
144. Relationen zwischen den BESSELSchen Funktionen	450
145. Die Orthogonalität der BESSELSchen Funktionen und ihre Nullstellen	453
146. Erzeugende Funktion und Integraldarstellung	457
147. Die Formel von FOURIER-BESSEL	460
148. Die HANKELschen und die NEUMANNschen Funktionen	461
149. Entwicklung der NEUMANNschen Funktionen mit ganzem Index	466
150. Der Fall eines rein imaginären Argumentes	468
151. Integraldarstellungen	470
152. Asymptotische Darstellungen der HANKELschen Funktionen	472
153. Die BESSELSchen Funktionen und die LAPLACEsche Differentialgleichung	480
154. Die Wellengleichung in Zylinderkoordinaten	482
155. Die Wellengleichung in Kugelkoordinaten	485
§ 3. Die HERMITESchen und LAGUERRESchen Polynome	488
156. Der lineare Oszillator und die HERMITESchen Polynome	488
157. Die Orthogonalitätseigenschaft	491
158. Die erzeugende Funktion	492
159. Parabolische Koordinaten und die HERMITESchen Funktionen	494
160. Die LAGUERRESchen Polynome	496
161. Der Zusammenhang zwischen LAGUERRESchen und HERMITESchen Polynomen	499
162. Asymptotische Darstellung der HERMITESchen Polynome	500
163. Asymptotische Darstellung der LEGENDRESchen Polynome	503
§ 4. Elliptische Integrale und elliptische Funktionen	506
164. Zurückführung elliptischer Integrale auf Normalform	506
165. Reduktion von Integralen auf trigonometrische Form	509
166. Beispiele	512
167. Umkehrfunktionen elliptischer Integrale	515
168. Allgemeine Eigenschaften elliptischer Funktionen	518
169. Ein Hilfssatz	522
170. Die WEIERSTRASSsche \wp -Funktion	523
171. Die Differentialgleichung für $\wp(u)$	527
172. Die Funktionen $\sigma_2(u)$	530
173. Reihenentwicklung einer ganzen periodischen Funktion	532
174. Neue Bezeichnungen	534

175. Die Funktion $\phi_1(v)$	535
176. Die Funktionen $\phi_2(v)$	538
177. Eigenschaften der Thetafunktionen	541
178. Darstellung der Zahlen e_2 durch die θ_2	543
179. Die JACOBI'schen elliptischen Funktionen	545
180. Die Haupteigenschaften der JACOBI'schen Funktionen	547
181. Die Differentialgleichungen für die JACOBI'schen Funktionen	549
182. Die Additionstheoreme	550
183. Der Zusammenhang zwischen den Funktionen $\wp(u)$ und $\operatorname{sn}(u)$	551
184. Elliptische Koordinaten	553
185. Einführung elliptischer Funktionen	555
186. Die LAMÉ'sche Differentialgleichung	558
187. Das einfache Pendel	558
188. Beispiel einer konformen Abbildung	560
Anhang	
Reduktion von Matrizen auf kanonische Form	563
189. Hilfesätze	563
190. Einfache Eigenwerte	568
191. Der erste Transformationsschritt bei mehrfachen Eigenwerten	569
192. Reduktion auf kanonische Form	573
193. Bestimmung der Struktur einer kanonischen Form	578
194. Beispiel	581
Literaturhinweise der Herausgeber	587
Sachverzeichnis	594