

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---------------|---|
| Vorwort | 3 |
|---------------|---|

Lernbaustein 3

Darstellen, Interpretieren und Anwenden von Funktionen (Lernbereich 1)

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | Grundlagen und Vorkenntnisse zum Funktionsbegriff | |
| 1.1 | Einführung des Funktionsbegriffs | 9 |
| 1.1.1 | Allgemeine Verwendung des Wortes Funktion | 9 |
| 1.1.2 | Produktmenge, Zuordnung, Relation | 10 |
| 1.2 | Definition und Darstellungsarten einer Funktion | 11 |
| 1.2.1 | Definition der Funktion | 11 |
| 1.2.2 | Darstellungsarten einer Funktion | 12 |
| 1.3 | Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten | 15 |
| 1.3.1 | Potenzfunktionen mit geradem Exponenten | 17 |
| 1.3.2 | Potenzfunktionen mit ungeradem Exponenten | 17 |
| 1.3.3 | Potenzfunktionen mit Proportionalitätsfaktor a | 17 |

| | | |
|----------|---|----|
| 2 | Ganzrationale Funktionen | |
| 2.1 | Aufbau und Definition der ganzrationalen Funktionen | 23 |
| 2.1.1 | Definition der ganzrationalen Funktion | 23 |
| 2.1.2 | Ganzrationale Funktionen verschiedenen Grades | 25 |
| 2.2 | Allgemeine Kriterien des Kurvenverlaufs ganzrationaler Funktionen | 50 |

| | | |
|----------|---|----|
| 3 | Umkehrfunktionen | |
| 3.1 | Definition der Umkehrfunktion | 55 |
| 3.1.1 | Beispiel für eine lineare Umkehrfunktion | 55 |
| 3.1.2 | Definition und Darstellungsarten der Umkehrfunktion | 55 |
| 3.2 | Die Umkehrung der quadratischen Funktion | 57 |
| 3.3 | Umkehrbarkeit und Eineindeutigkeit | 58 |

| | | |
|------------|--|----|
| 4 | Gebrochenrationale Funktionen | |
| 4.1 | Aufbau und Definition der gebrochenrationalen Funktionen | 61 |
| 4.1.1 | Einfache gebrochenrationale Funktionen: Hyperbeln n-ter Ordnung | 61 |
| 4.1.2 | Gebrochenrationale Funktionen als Quotient zweier ganzrationaler Funktionen | 63 |
| 4.1.3 | Unstetigkeitsstellen: Pole und Lücken | 64 |
| 4.1.4 | Asymptote, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ | 68 |
| 4.2 | Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen (Kurvendiskussion) | 70 |

| | | |
|------------|---|----|
| 5 | Trigonometrische Funktionen | |
| 5.1 | Wiederholung der Grundlagen | 77 |
| 5.1.1 | Definition und Berechnung der trigonometrischen Funktionen | 77 |
| 5.1.2 | Gradmaß und Bogenmaß | 79 |
| 5.1.3 | Zurückführung der Funktionen stumpfer Winkel auf Funktionen spitzer Winkel | 80 |
| 5.2 | Darstellung der trigonometrischen Funktionen | 82 |
| 5.2.1 | Die Sinusfunktion | 82 |
| 5.2.2 | Die Kosinusfunktion | 84 |
| 5.2.3 | Die Tangensfunktion | 85 |
| 5.2.4 | Die Kotangensfunktion | 86 |
| 5.3 | Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen | 87 |
| 5.4 | Die Additionstheoreme | 88 |
| 5.5 | Die Arkusfunktionen | 89 |
| 5.6 | Die erweiterte Sinusfunktion | 91 |
| 5.7 | Das Lösen goniometrischer Gleichungen | 93 |

| | | |
|------------|--|-----|
| 6 | Weitere Funktionen | |
| 6.1 | Wurzelfunktionen | 102 |
| 6.2 | Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen | 108 |
| 6.2.1 | Wiederholung der Grundlagen | 108 |
| 6.2.2 | Exponentialfunktionen | 113 |
| 6.2.3 | Logarithmusfunktionen | 119 |
| 6.3 | Spezielle Funktionen | 121 |
| 6.3.1 | Die Betragsfunktion | 121 |
| 6.3.2 | Die Gaußfunktion | 122 |
| 6.3.3 | Die Vorzeichenfunktion | 124 |

7 Folgen, Reihen und Grenzwerte

| | | |
|------------|---|-----|
| 7.1 | Folgen und Reihen | 126 |
| 7.1.1 | Grundproblematik | 126 |
| 7.1.2 | Definition von Folgen und Reihen | 127 |
| 7.1.3 | Arithmetische Folgen und Reihen | 129 |
| 7.1.4 | Geometrische Folgen und Reihen | 133 |
| 7.2 | Grenzwert von Folgen und Rechnen mit Grenzwerten | 138 |
| 7.2.1 | Entwicklung der Grenzwertdefinition | 138 |
| 7.2.2 | Rechnen mit Grenzwerten | 143 |
| 7.3 | Monotonie und Stetigkeit | 144 |
| 7.3.1 | Monotone Folgen und ihre Eigenschaften | 144 |
| 7.3.2 | Exakte Bestimmung der Zahl e | 148 |
| 7.3.3 | Grenzwerte von Funktionen | 150 |
| 7.3.4 | Stetigkeit | 153 |

Untersuchen von ganzrationalen Funktionen mithilfe der Differenzialrechnung (Lernbereich 2)

8 Differenzialrechnung

| | | |
|------------|--|-----|
| 8.1 | Die Ableitung einer Funktion | 157 |
| 8.1.1 | Problemstellungen | 158 |
| 8.2 | Ableitung einer Funktion an der Stelle x_0 | 162 |
| 8.3 | Ableitungsfunktion | 169 |
| 8.4 | Differenzialrechnung für ganzrationale Funktionen | 173 |
| 8.4.1 | Ableitungsregeln | 173 |
| 8.4.2 | Untersuchung ganzrationaler Funktionen (Kurvendiskussion) | 177 |
| 8.4.3 | Bestimmen von ganzrationalen Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften | 192 |

Lernbaustein 4

Anwenden der Differenzialrechnung (Lernbereich 1)

9 Erweiterung der Differenzialrechnung

| | | |
|------------|---|-----|
| 9.1 | Erweiterung der Ableitungsregeln | 195 |
| 9.1.1 | Die Notwendigkeit weiterer Regeln | 195 |
| 9.1.2 | Die Quotientenregel | 196 |
| 9.1.3 | Die Kettenregel | 197 |
| 9.2 | Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen (Kurvendiskussion) | 200 |

| | | |
|------------|---|-----|
| 9.3 | Differenziation von trigonometrischen Funktionen | 203 |
| 9.3.1 | Besondere Grenzwerte | 203 |
| 9.3.2 | Die Ableitung der Sinusfunktion | 204 |
| 9.3.3 | Die Ableitung der Kosinusfunktion | 205 |
| 9.3.4 | Die Ableitung der Tangens- und Kotangensfunktion | 205 |
| 9.4 | Untersuchung trigonometrischer Funktionen (Kurvendiskussion) | 205 |

10 Optimierung: das Lösen von Extremwertproblemen

| | | |
|-------------|--|-----|
| 10.1 | Extremwertprobleme: Einführung | 216 |
| 10.1.1 | Ein allgegenwärtiges Problem | 216 |
| 10.1.2 | Einstiegsaufgabe | 217 |
| 10.1.3 | Dualisierung der Einstiegsaufgabe | 218 |
| 10.2 | Elementare Beispiele für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen | 220 |
| 10.2.1 | Optimaler Ausbau eines Dachbodens | 220 |
| 10.2.2 | Herstellung eines Behälters größten Inhalts | 222 |
| 10.2.3 | Minimaler Materialverbrauch | 224 |
| 10.2.4 | Flächengestaltung | 225 |
| 10.2.5 | Zusammenfassung der Vorgehensweise zur Lösung einer Extremwertaufgabe | 226 |
| 10.3 | Extremwertprobleme mit Verwendung trigonometrischer Funktionen | 230 |

Berechnen von Flächeninhalten und Volumina mithilfe der Integralrechnung (Lernbereich 2)

11 Integralrechnung

| | | |
|-------------|--|-----|
| 11.1 | Stammfunktion | 234 |
| 11.1.1 | Definition der Stammfunktion | 234 |
| 11.1.2 | Integrationsregeln: Bestimmung von Stammfunktionen bestimmter Grundfunktionen | 236 |
| 11.2 | Stammfunktionen und unbestimmtes Integral | 238 |
| 11.3 | Bestimmtes Integral als (orientierte) Maßzahl einer Fläche | 240 |
| 11.3.1 | Berechnung des Flächeninhalts der Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse | 240 |
| 11.3.2 | Fläche zwischen zwei Kurven | 248 |
| 11.3.3 | Integralfunktion als Funktion der oberen Grenze | 252 |
| 11.3.4 | Berechnungen für trigonometrische Funktionen | 254 |
| 11.4.1 | Volumenberechnungen von Rotationskörpern | 257 |
| 11.4.2 | Physikalischer Arbeitsbegriff | 264 |

Wahlpflichtthemen (Lernbereich 3)

12 Grundkurs der beschreibenden Statistik

| | | |
|-------------|--|------------|
| 12.1 | Aufgabe und Grundbegriffe der beschreibenden (= deskriptiven) Statistik ... | 273 |
| 12.1.1 | Anliegen und geschichtliche Entwicklung der beschreibenden Statistik | 273 |
| 12.1.2 | Beispiele für verschiedene Arten von Statistiken | 273 |
| 12.1.3 | Definitionen und Grundbegriffe | 277 |
| 12.1.4 | Merkmale und ihre Einteilung | 277 |
| 12.2 | Bearbeitung des Zahlenmaterials | 280 |
| 12.2.1 | Tabellarische Aufbereitung von Stichproben | 280 |
| 12.2.2 | Relative Häufigkeit | 283 |
| 12.2.3 | Graphische Darstellungen | 289 |
| 12.3 | Lageparameter und Streuungsparameter einer Häufigkeitsverteilung | 292 |
| 12.3.1 | Lageparameter | 292 |
| 12.3.2 | Streuungsparameter | 297 |
| 12.4 | Korrelationsrechnung und Regressionsrechnung | 301 |
| 12.4.1 | Beziehungen, Ursachen, Wirkungen oder nur Korrelationen? | 301 |
| 12.4.2 | Regressionsrechnung | 302 |
| 12.4.3 | Korrelationsrechnung | 305 |
| 12.4.4 | Irrtümer und Täuschungen oder: Wie lügt man mit Statistik? | 308 |

13 Komplexe Zahlen

| | | |
|-------------|---|------------|
| 13.1 | Die imaginären Zahlen | 318 |
| 13.2 | Einführung der komplexen Zahlen | 319 |
| 13.3 | Darstellungsformen der komplexen Zahlen | 321 |
| 13.4 | Anwendung der komplexen Zahlen in der Elektrotechnik | 326 |

Anhang

| | |
|-------------------------------------|------------|
| Kurzlösungen | 335 |
| Literaturverzeichnis | 371 |
| Bildquellenverzeichnis | 371 |
| Sachwortverzeichnis | 372 |