

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
---------------	---

Lernbaustein 3

Darstellen, Interpretieren und Anwenden von Funktionen (Lernbereich 1)

1 Grundlagen und Vorkenntnisse zum Funktionsbegriff

1.1 Einführung des Funktionsbegriffs	9
1.1.1 Allgemeine Verwendung des Wortes Funktion	9
1.1.2 Produktmenge, Zuordnung, Relation	10
1.2 Definition und Darstellungsarten einer Funktion	11
1.2.1 Definition der Funktion	11
1.2.2 Darstellungsarten einer Funktion	12
1.3 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten	15
1.3.1 Potenzfunktionen mit geradem Exponenten	17
1.3.2 Potenzfunktionen mit ungeradem Exponenten	17
1.3.3 Potenzfunktionen mit Proportionalitätsfaktor a	17

2 Ganzrationale Funktionen

2.1 Aufbau und Definition der ganzrationalen Funktionen	23
2.1.1 Definition der ganzrationalen Funktion	23
2.1.2 Ganzrationale Funktionen verschiedenen Grades	25
2.2 Allgemeine Kriterien des Kurvenverlaufs ganzrationaler Funktionen	50

3 Umkehrfunktionen

3.1 Definition der Umkehrfunktion	55
3.1.1 Beispiel für eine lineare Umkehrfunktion	55
3.1.2 Definition und Darstellungsarten der Umkehrfunktion	55
3.2 Die Umkehrung der quadratischen Funktion	57
3.3 Umkehrbarkeit und Eineindeutigkeit	58

4 Gebrochenrationale Funktionen

4.1 Aufbau und Definition der gebrochenrationalen Funktionen	61
4.1.1 Einfache gebrochenrationale Funktionen:	
Hyperbeln n-ter Ordnung	61
4.1.2 Gebrochenrationale Funktionen als Quotient zweier ganzrationaler Funktionen	63
4.1.3 Unstetigkeitsstellen: Pole und Lücken	64
4.1.4 Asymptote, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$	68
4.2 Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen (Kurvendiskussion)	70

5 Trigonometrische Funktionen

5.1 Wiederholung der Grundlagen	77
5.1.1 Definition und Berechnung der trigonometrischen Funktionen	77
5.1.2 Gradmaß und Bogenmaß	79
5.1.3 Zurückführung der Funktionen stumpfer Winkel auf Funktionen spitzer Winkel	80
5.2 Darstellung der trigonometrischen Funktionen	82
5.2.1 Die Sinusfunktion	82
5.2.2 Die Kosinusfunktion	84
5.2.3 Die Tangensfunktion	85
5.2.4 Die Kotangensfunktion	86
5.3 Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen	87
5.4 Die Additionstheoreme	88
5.5 Die Arkusfunktionen	89
5.6 Die erweiterte Sinusfunktion	91
5.7 Das Lösen goniometrischer Gleichungen	93

6 Weitere Funktionen

6.1 Wurzelfunktionen	102
6.2 Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen	108
6.2.1 Wiederholung der Grundlagen	108
6.2.2 Exponentialfunktionen	113
6.2.3 Logarithmusfunktionen	119
6.3 Spezielle Funktionen	121
6.3.1 Die Betragsfunktion	121
6.3.2 Die Gaußfunktion	122
6.3.3 Die Vorzeichenfunktion	124

7 Folgen, Reihen und Grenzwerte

7.1 Folgen und Reihen	126
7.1.1 Grundproblematik	126
7.1.2 Definition von Folgen und Reihen	127
7.1.3 Arithmetische Folgen und Reihen	129
7.1.4 Geometrische Folgen und Reihen	133
7.2 Grenzwert von Folgen und Rechnen mit Grenzwerten	138
7.2.1 Entwicklung der Grenzwertdefinition	138
7.2.2 Rechnen mit Grenzwerten	143
7.3 Monotonie und Stetigkeit	144
7.3.1 Monotone Folgen und ihre Eigenschaften	144
7.3.2 Exakte Bestimmung der Zahl e	148
7.3.3 Grenzwerte von Funktionen	150
7.3.4 Stetigkeit	153

Untersuchen von ganzrationalen Funktionen mithilfe der Differenzialrechnung (Lernbereich 2)

8 Differenzialrechnung

8.1 Die Ableitung einer Funktion	157
8.1.1 Problemstellungen	158
8.2 Ableitung einer Funktion an der Stelle x_0	162
8.3 Ableitungsfunktion	169
8.4 Differenzialrechnung für ganzrationale Funktionen	173
8.4.1 Ableitungsregeln	173
8.4.2 Untersuchung ganzrationaler Funktionen (Kurvendiskussion)	177
8.4.3 Bestimmen von ganzrationalen Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften	192

Lernbaustein 4

Anwenden der Differenzialrechnung (Lernbereich 1)

9 Erweiterung der Differenzialrechnung

9.1 Erweiterung der Ableitungsregeln	195
9.1.1 Die Notwendigkeit weiterer Regeln	195
9.1.2 Die Quotientenregel	196
9.1.3 Die Kettenregel	197
9.2 Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen (Kurvendiskussion)	200

9.3	Differenziation von trigonometrischen Funktionen	203
9.3.1	Besondere Grenzwerte	203
9.3.2	Die Ableitung der Sinusfunktion	204
9.3.3	Die Ableitung der Kosinusfunktion	205
9.3.4	Die Ableitung der Tangens- und Kotangensfunktion	205
9.4	Untersuchung trigonometrischer Funktionen (Kurvendiskussion)	205

10 Optimierung: das Lösen von Extremwertproblemen

10.1	Extremwertprobleme: Einführung	216
10.1.1	Ein allgegenwärtiges Problem	216
10.1.2	Einstiegsaufgabe	217
10.1.3	Dualisierung der Einstiegsaufgabe	218
10.2	Elementare Beispiele für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	220
10.2.1	Optimaler Ausbau eines Dachbodens	220
10.2.2	Herstellung eines Behälters größten Inhalts	222
10.2.3	Minimaler Materialverbrauch	224
10.2.4	Flächengestaltung	225
10.2.5	Zusammenfassung der Vorgehensweise zur Lösung einer Extremwertaufgabe	226
10.3	Extremwertprobleme mit Verwendung trigonometrischer Funktionen	230

Berechnen von Flächeninhalten und Volumina mithilfe der Integralrechnung (Lernbereich 2)

11 Integralrechnung

11.1	Stammfunktion	234
11.1.1	Definition der Stammfunktion	234
11.1.2	Integrationsregeln: Bestimmung von Stammfunktionen bestimmter Grundfunktionen	236
11.2	Stammfunktionen und unbestimmtes Integral	238
11.3	Bestimmtes Integral als (orientierte) Maßzahl einer Fläche	240
11.3.1	Berechnung des Flächeninhalts der Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse	240
11.3.2	Fläche zwischen zwei Kurven	248
11.3.3	Integralfunktion als Funktion der oberen Grenze	252
11.3.4	Berechnungen für trigonometrische Funktionen	254
11.4.1	Volumenberechnungen von Rotationskörpern	257
11.4.2	Physikalischer Arbeitsbegriff	264

Wahlpflichtthemen (Lernbereich 3)

12 Grundkurs der beschreibenden Statistik

12.1 Aufgabe und Grundbegriffe der beschreibenden (= deskriptiven) Statistik ...	273
12.1.1 Anliegen und geschichtliche Entwicklung der beschreibenden Statistik	273
12.1.2 Beispiele für verschiedene Arten von Statistiken	273
12.1.3 Definitionen und Grundbegriffe	277
12.1.4 Merkmale und ihre Einteilung	277
12.2 Bearbeitung des Zahlenmaterials	280
12.2.1 Tabellarische Aufbereitung von Stichproben	280
12.2.2 Relative Häufigkeit	283
12.2.3 Graphische Darstellungen	289
12.3 Lageparameter und Streuungsparameter einer Häufigkeitsverteilung	292
12.3.1 Lageparameter	292
12.3.2 Streuungsparameter	297
12.4 Korrelationsrechnung und Regressionsrechnung	301
12.4.1 Beziehungen, Ursachen, Wirkungen oder nur Korrelationen?	301
12.4.2 Regressionsrechnung	302
12.4.3 Korrelationsrechnung	305
12.4.4 Irrtümer und Täuschungen oder: Wie lügt man mit Statistik?	308

13 Komplexe Zahlen

13.1 Die imaginären Zahlen	318
13.2 Einführung der komplexen Zahlen	319
13.3 Darstellungsformen der komplexen Zahlen	321
13.4 Anwendung der komplexen Zahlen in der Elektrotechnik	326

Anhang

Kurzlösungen	335
Literaturverzeichnis	371
Bildquellenverzeichnis	371
Sachwortverzeichnis	372