

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Ein kinematisches Fahrzeug . . . . .	2
1.2. Modell eines Hochsetzstellers (boost converter) . . . . .	6
1.3. Einordnung und Zielstellung der Arbeit . . . . .	8
1.4. Gliederung der Arbeit . . . . .	11
<b>Mathematischer Rahmen</b>	<b>13</b>
<b>2. Begriffe aus der Differentialgeometrie</b>	<b>15</b>
2.1. Glatte Mannigfaltigkeiten . . . . .	16
2.2. Vektorfelder und Linearformen . . . . .	17
2.3. Abbildungen zwischen glatten Mannigfaltigkeiten . . . . .	19
2.4. Untermannigfaltigkeiten . . . . .	21
2.5. Glatte Distributionen und Kodistributionen . . . . .	23
2.6. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten . . . . .	25
2.7. Gefaserte Mannigfaltigkeit, Bündel, Jets . . . . .	29
<b>3. Geometrischer Zugang zu Symmetrien gewöhnlicher Differentialgleichungen</b>	<b>39</b>
3.1. Ein einfaches Beispiel . . . . .	40
3.2. Differentialgleichungssystem als (Teil-)Mannigfaltigkeit . . . . .	41
3.3. Klassische Symmetrien gewöhnlicher Differentialgleichungen . . . . .	45
3.4. Unterbestimmte Differentialgleichungen . . . . .	56
3.5. Prolongierte Differentialgleichung und Diffietät . . . . .	62
3.6. Verallgemeinerte Symmetrien . . . . .	65
3.7. Anmerkungen zur Literatur . . . . .	67
<b>4. Lie-Gruppen, Invarianten und Lie-Symmetrien</b>	<b>69</b>
4.1. Lie-Gruppen . . . . .	69
4.2. Invarianten von Transformationsgruppen und ihre Berechnung . . . . .	76
4.3. Konstruktive Berechnung von Invarianten: Normalisierungsalgorithmus . . . . .	79
4.4. Lie-Symmetrien von Differentialgleichungen . . . . .	84
<b>Berücksichtigung von Lie-Symmetrien beim Reglerentwurf</b>	<b>89</b>
<b>5. Struktur von Systemen in Zustandsdarstellungen mit Lie-Symmetrien</b>	<b>91</b>
5.1. Lokale Struktur von Systemen mit Zustandssymmetrie . . . . .	91

5.2. Struktur der Zustandsdarstellung bei Lie-Symmetrie mit Wirkung auf den Eingang . . . . .	99
5.3. Übergang zu einer reduzierten Zustandsdarstellung . . . . .	101
<b>6. Entwurf invarianter Folgeregler</b>	<b>105</b>
6.1. $G$ -Invarianz, $G$ -verträglicher Ausgang, $G$ -invarianter Ausgangsfehler . . . . .	106
6.2. Entwurf invarianter Folgeregler mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für Systeme mit wohldefinierten relativen Grad . . . . .	109
6.3. Entwurf invarianter Rückführungen durch sukzessive Berücksichtigung von Integratoren („integrator backstepping“) . . . . .	112
6.4. Regler mit Gleitregime („sliding mode“) . . . . .	117
6.5. Symmetrie durch Rückführung . . . . .	122
6.6. Differentiell flache Systeme . . . . .	126
6.7. Invariante Zustandsschätzung . . . . .	132
<b>7. Anwendung von Symmetrien für den Reglerentwurf am Beispiel</b>	<b>137</b>
7.1. Invariante Folgeregelung für das kinematische Fahrzeug . . . . .	138
7.2. Reglerentwurf für einen Bioreaktor . . . . .	145
<b>8. Zusammenfassung</b>	<b>155</b>
<b>A. Ergänzungen</b>	<b>161</b>
A.1. Begriffe der Topologie . . . . .	161
A.2. Frobenius-Theorem . . . . .	163
A.3. Vektorieller relativer Grad und Byrnes-Isidori-Normalform . . . . .	163
<b>B. Symbolverzeichnis</b>	<b>165</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>169</b>