

# INHALT

<b>1</b>	<b>MENGENLEHRE</b>	
1.1	Lügen Mathematiklehrer? – Begriffe der Mengenlehre.....	8
1.2	Militärische Ordnung – Mengenrelationen.....	12
1.3	Mathematisch wird überall verstanden – Mengenoperationen.....	16
<b>2</b>	<b>MATHEMATISCHE LOGIK</b>	
2.1	Das Prinzip der Einbahnstraße – notwendige und hinreichende Bedingungen .....	18
2.2	Glauben oder beweisen – das ist hier die Frage! – mathematische Beweise .....	22
2.3	Aus Falschem folgt Beliebiges – Implikationen .....	26
<b>3</b>	<b>NATÜRLICHE ZAHLEN</b>	
3.1	Das System des Kettenbriefs – Potenzen, Potenzrechnung .....	28
3.2	Unendlich oft auf einmal bewiesen – vollständige Induktion .....	32
<b>4</b>	<b>GANZE ZAHLEN</b>	
4.1	Jede Zahl hat ein Vorzeichen – Betrag einer ganzen Zahl.....	36
4.2	Subtraktion ist Addition einer negativen Zahl – Rechnen mit ganzen Zahlen .....	40
<b>5</b>	<b>RATIONALE ZAHLEN</b>	
5.1	Nicht alles ist genau zu teilen – Division als Umkehroperation der Multiplikation .....	42
5.2	Der Brunnen von Heron ist voll – Bruchrechnung .....	46
<b>6</b>	<b>REELLE ZAHLEN</b>	
6.1	Sokrates erklärt einem Sklaven Mathe – Abbruchfehler bei irrationalen Zahlen .....	50
6.2	Antike Musik – Tonstufung nach irrationalen Zahlen .....	54
<b>7</b>	<b>RECHENOPERATIONEN</b>	
7.1	Ein maßgerechter Planetenweg – Zehnerpotenzen .....	58
7.2	Lose Rollen potenzieren die Kraft – Potenzen und Erweiterung des Potenzbegriffs .....	62
<b>8</b>	<b>PROPORTIONEN</b>	
8.1	Handytarife im Vergleich – analytische Darstellung von Zuordnungen .....	66
8.2	Währungen im Wechselkurs – Proportionen .....	68
8.3	Materialkennzeichen – Dichte – direkte und indirekt Proportionen .....	70
<b>9</b>	<b>PROZENT- UND ZINSRECHNUNG</b>	
9.1	Und nun das letzte Angebot – reduzierter Grundwert.....	74
9.2	Mengenrabatt oder Schablone? – drei Grundaufgaben der Prozentrechnung.....	78
9.3	Mehrwertsteuer vor dem Zoll – Unterschied zwischen Grund- und Prozentwert.....	80
<b>10</b>	<b>FOLGEN</b>	
10.1	Anzahl der Sitzplätze – arithmetische Zahlenfolgen .....	84
10.2	Soldzahlung in geometrischer Folge – geometrische Zahlenfolgen .....	88
<b>11</b>	<b>FUNKTIONEN</b>	
11.1	Steuern für den Pharao oder die Bürger – die mittelbaren Funktionen .....	92
11.2	Berechnung eines Wasserstrahls – quadratische Funktionen als Parabel.....	90

## GEOMETRISCHE GRUNDBEGRIFFE

12.1 Wackelnde Tische – drei Punkte im $\mathbb{R}^3$ bestimmen eine Ebene .....	98
12.2 Silhouetten sind dem Original ähnlich – Ähnlichkeit als Grundlage der darstellenden Geometrie .....	100

## DREIECKE

13.1 Schwerpunkt unserer Weltprobleme – Schwerpunkt des Dreiecks .....	104
13.2 Bauen mit Pythagoras – Satz des Pythagoras .....	108

## 14 GLEICHUNGEN

14.1 Die Anzahl der Elemente eines Haufens ist variabel – Textaufgaben und Ansatz .....	112
14.2 Zocken nach Adam Ries – Textaufgaben .....	114
14.3 Haken des Hasen sind Rettung vor dem Hund – zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten .....	118

## 15 TRIGONOMETRIE

15.1 Alarm im Planquadrat – kartesische Koordinaten .....	120
15.2 Dachneigung – Stauraum und Schneelast – Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck .....	124

## 16 KONGRUENZ/ÄHNLICHKEIT

16.1 Wenn zwei sich ähneln, sind sie noch lange nicht gleich – Kongruenz ebener Figuren .....	128
16.2 Schätzungen durch Peilung über den Daumen – Strahlensatz .....	132

## 17 PLANIMETRIE/STEREOMETRIE

17.1 Quadrat, Kreise und gleicher Abfall – Flächenberechnungen am Quadrat und am Kreis .....	134
17.2 Italienische Stapelwirtschaft des Cavalieri – Prinzip des Cavalieri .....	138

## 18 GRENZWERTE

18.1 Unendlichkeit in Raum und Zeit – Grenzwertbegriff .....	142
18.2 Kommt der Ball zur Ruhe? – Grenzwert der unendlichen geometrischen Reihe .....	146
18.3 Wettlauf zwischen Achilles und einer Schildkröte – Paradoxien durch den Begriff der Unendlichkeit .....	150
18.4 Wann ist der Kaffee kalt? – Grenzwert der e-Funktion mit negativem Exponenten .....	154
18.5 Stetigkeit in Raum und Zeit – Stetigkeit von Funktionen .....	158

## 19 DIFFERENZIALRECHNUNG

19.1 Leibniz' Zugang: Wenn Dreieckseiten verschwinden – Einführung der Differenzialrechnung über das Tangentenproblem .....	162
19.2 Newtons Zugang: Wenn Wegstrecken immer kleiner werden – Einführung der Differenzialrechnung über die Momentangeschwindigkeit .....	166
19.3 Freilandhühner brauchen Platz – Schema zur Lösung angewandter Extremwertaufgaben .....	170
19.4 Lager- und Transportkosten der Bäckerei – Extremwertaufgaben .....	174
19.5 Die Leiter muss in den Turm – Extremwertaufgaben und Trigonometrie .....	178

## 20 INTEGRALRECHNUNG

20.1 Versuch zur Quadratur des Kreises – Kreisfläche .....	182
20.2 Supermaus oder Modellfehler? – Hauptsatz der Integralrechnung .....	186
20.3 Freier Fall und radioaktiver Zerfall – Differenzialgleichungen .....	190
20.4 Wenn bei der Integration nichts mehr geht – numerische Integration .....	194

## **21 LINEARE ALGEBRA**

21.1 Welche Vögel sind die 100? – unterbestimmte lineare Systeme mit ganzzahligen Lösungen .....	198
21.2 Wurst am laufenden Band – Matrizenmultiplikation.....	202
21.3 Betriebswirtschaftliche Verflechtungen – Inversion von Matrizen.....	206
21.4 Wie viele Schränke für den maximalen Gewinn? – Modell der linearen Optimierung.....	208

## **22 VEKTORRECHNUNG/ANALYTISCHE GEOMETRIE**

22.1 Das Haus von Nikolaus – Vektoren und Graphen .....	210
22.2 Der Schwimmer wird im Fluss abgetrieben – Addition von Vektoren .....	214
22.3 Die Länge eines Weges – Abstand eines Punktes von einer Geraden .....	218
22.4 Am Walmdach gibt es zum Dachboden drei Winkel – Skalarprodukt im $\mathbb{R}^3$ .....	220

## **23 STOCHASTIK**

23.1 Mathematiker und Alarm im Casino – unbedingte und bedingte Wahrscheinlichkeiten ....	222
23.2 Blindbohren – geometrische Definition der Wahrscheinlichkeit .....	226
23.3 Kombinationen beim Glücksspiel – Kombinatorik.....	228
23.4 Blutgruppe und Transfusion – Binomialverteilung .....	230
23.5 Gauß und die Nagelprobe – Normalverteilung .....	232

## **24 BESCHREIBENDE STATISTIK**

24.1 Benzinpreise im Anstieg – geometrisches Mittel.....	234
24.2 Durchschnittsleistungen von Kabelautomaten – harmonisches Mittel.....	236
24.4 Kann man überall im Fluss stehen? – Standardabweichung.....	240
24.5 Trend bei der Gewichtsveränderung – Trendanalysen .....	244

## **25 BEWERTENDE STATISTIK**

25.1 Bei einer Alternative gibt es nur zwei Möglichkeiten – Prinzip beim Alternativtest.....	248
25.2 Freispruch mangels Beweisen oder Justizirrtum – Fehler 1. und 2. Art beim Alternativtest .....	252
25.3 Entscheidungsregel für Mauerziegel – Entscheidungsregeln beim Test .....	256
25.4 Die Popularität von Politikern ist zweiseitig – zweiseitiger Signifikanztest.....	258
25.5 Test eines neuen Medikaments – Fehler beim Signifikanztest.....	262