

INHALT

1 MENGENLEHRE	
1.1 Lügen Matematiklehrer? – Begriffe der Mengenlehre.....	8
1.2 Militärische Ordnung – Mengenrelationen.....	12
1.3 Mathematisch wird überall verstanden – Mengenoperationen.....	16
2 MATHEMATISCHE LOGIK	
2.1 Das Prinzip der Einbahnstraße – notwendige und hinreichende Bedingungen	18
2.2 Glauben oder beweisen – das ist hier die Frage! – mathematische Beweise	22
2.3 Aus Falschem folgt Beliebiges – Implikationen	26
3 NATÜRLICHE ZAHLEN	
3.1 Das System des Kettenbriefs – Potenzen, Potenzrechnung	28
3.2 Unendlich oft auf einmal bewiesen – vollständige Induktion	32
4 GANZE ZAHLEN	
4.1 Jede Zahl hat ein Vorzeichen – Betrag einer ganzen Zahl.....	36
4.2 Subtraktion ist Addition einer negativen Zahl – Rechnen mit ganzen Zahlen	40
5 RATIONALE ZAHLEN	
5.1 Nicht alles ist genau zu teilen – Division als Umkehroperation der Multiplikation	42
5.2 Der Brunnen von Heron ist voll – Bruchrechnung	46
6 REELLE ZAHLEN	
6.1 Sokrates erklärt einem Sklaven Mathe – Abbruchfehler bei irrationalen Zahlen	50
6.2 Antike Musik – Tonstufung nach irrationalen Zahlen	54
7 RECHENOPERATIONEN	
7.1 Ein maßgerechter Planetenweg – Zehnerpotenzen	58
7.2 Lose Rollen potenzieren die Kraft – Potenzen und Erweiterung des Potenzbegriffs	62
8 PROPORTIONEN	
8.1 Handytarife im Vergleich – analytische Darstellung von Zuordnungen	66
8.2 Währungen im Wechselkurs – Proportionen	68
8.3 Materialkennzeichen – Dichte – direkte und indirekt Proportionen	70
9 PROZENT- UND ZINSRECHNUNG	
9.1 Und nun das letzte Angebot – reduzierter Grundwert.....	74
9.2 Mengenrabatt oder Schablone? – drei Grundaufgaben der Prozentrechnung.....	78
9.3 Mehrwertsteuer vor dem Zoll – Unterschied zwischen Grund- und Prozentwert.....	80
10 FOLGEN	
10.1 Anzahl der Sitzplätze – arithmetische Zahlenfolgen	84
10.2 Soldzahlung In geometrischer Folge – geometrische Zahlenfolgen	88
11 FUNKTIONEN	
11.1 Steuern für den Pharao oder die Bürger – die mittelbaren Funktionen	92
11.2 Berechnung eines Wasserstrahls – quadratische Funktionen als Parabel....	96

GEOMETRISCHE GRUNDBEGRIFFE	
12.1 Wackelnde Tische – drei Punkte im \mathbb{R}^3 bestimmen eine Ebene	98
12.2 Silhouetten sind dem Original ähnlich –	
Ähnlichkeit als Grundlage der darstellenden Geometrie.....	100
DREIECKE	
13.1 Schwerpunkt unserer Weltprobleme – Schwerpunkt des Dreiecks	104
13.2 Bauen mit Pythagoras – Satz des Pythagoras	108
14 GLEICHUNGEN	
14.1 Die Anzahl der Elemente eines Haufens ist variabel – Textaufgaben und Ansatz	112
14.2 Zocken nach Adam Ries – Textaufgaben.....	114
14.3 Haken des Hasen sind Rettung vor dem Hund –	
zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten	118
15 TRIGONOMETRIE	
15.1 Alarm im Planquadrat – kartesische Koordinaten	120
15.2 Dachneigung – Stauraum und Schneelast –	
Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	124
16 KONGRUENZ/ÄHNLICHKEIT	
16.1 Wenn zwei sich ähneln, sind sie noch lange nicht gleich – Kongruenz ebener Figuren.....	128
16.2 Schätzungen durch Peilung über den Daumen – Strahlensatz.....	132
17 PLANIMETRIE/STEREOMETRIE	
17.1 Quadrat, Kreise und gleicher Abfall – Flächenberechnungen am Quadrat und am Kreis	134
17.2 Italienische Stapelwirtschaft des Cavalieri – Prinzip des Cavalieri	138
18 GRENZWERTE	
18.1 Unendlichkeit in Raum und Zeit – Grenzwertbegriff	142
18.2 Kommt der Ball zur Ruhe? – Grenzwert der unendlichen geometrischen Reihe	146
18.3 Wettkampf zwischen Achilles und einer Schildkröte – Paradoxien durch den Begriff der Unendlichkeit	150
18.4 Wann ist der Kaffee kalt? – Grenzwert der e-Funktion mit negativem Exponenten.....	154
18.5 Stetigkeit in Raum und Zeit – Stetigkeit von Funktionen.....	158
19 DIFFERENZIALRECHNUNG	
19.1 Leibniz' Zugang: Wenn Dreieckseiten verschwinden –	
Einführung der Differentialrechnung über das Tangentenproblem.....	162
19.2 Newtons Zugang: Wenn Wegstrecken immer kleiner werden –	
Einführung der Differentialrechnung über die Momentangeschwindigkeit	166
19.3 Freilandhühner brauchen Platz – Schema zur Lösung angewandter Extremwertaufgaben.....	170
19.4 Lager- und Transportkosten der Bäckerei – Extremwertaufgaben.....	174
19.5 Die Leiter muss in den Turm – Extremwertaufgaben und Trigonometrie.....	178
20 INTEGRALRECHNUNG	
20.1 Versuch zur Quadratur des Kreises – Kreisfläche.....	182
20.2 Supermaus oder Modellfehler? – Hauptsatz der Integralrechnung	186
20.3 Freier Fall und radioaktiver Zerfall – Differenzialgleichungen	190
20.4 Wenn bei der Integration nichts mehr geht – numerische Integration	194

21	LINEARE ALGEBRA	
21.1	Welche Vögel sind die 100? – unterbestimmte lineare Systeme mit ganzzahligen Lösungen	198
21.2	Wurst am laufenden Band – Matrizenmultiplikation.....	202
21.3	Betriebswirtschaftliche Verflechtungen – Inversion von Matrizen.....	206
21.4	Wie viele Schränke für den maximalen Gewinn? – Modell der linearen Optimierung.....	208
22	VEKTORRECHNUNG/ANALYTISCHE GEOMETRIE	
22.1	Das Haus von Nikolaus – Vektoren und Graphen	210
22.2	Der Schwimmer wird im Fluss abgetrieben – Addition von Vektoren	214
22.3	Die Länge eines Weges – Abstand eines Punktes von einer Geraden	218
22.4	Am Walmdach gibt es zum Dachboden drei Winkel – Skalarprodukt im \mathbb{R}^3	220
23	STOCHASTIK	
23.1	Mathematiker und Alarm im Casino – unbedingte und bedingte Wahrscheinlichkeiten	222
23.2	Blindbohren – geometrische Definition der Wahrscheinlichkeit	226
23.3	Kombinationen beim Glücksspiel – Kombinatorik.....	228
23.4	Blutgruppe und Transfusion – Binomialverteilung	230
23.5	Gauß und die Nagelprobe – Normalverteilung	232
24	BESCHREIBENDE STATISTIK	
24.1	Benzinpreise im Anstieg – geometrisches Mittel.....	234
24.2	Durchschnittsleistungen von Kabelautomaten – harmonisches Mittel.....	236
24.4	Kann man überall im Fluss stehen? – Standardabweichung.....	240
24.5	Trend bei der Gewichtsveränderung – Trendanalysen	244
25	BEWERTENDE STATISTIK	
25.1	Bei einer Alternative gibt es nur zwei Möglichkeiten – Prinzip beim Alternativtest.....	248
25.2	Freispruch mangels Beweisen oder Justizirrtum – Fehler 1. und 2. Art beim Alternativtest	252
25.3	Entscheidungsregel für Mauerziegel – Entscheidungsregeln beim Test	256
25.4	Die Popularität von Politikern ist zweiseitig – zweiseitiger Signifikanztest.....	258
25.5	Test eines neuen Medikaments – Fehler beim Signifikanztest.....	262