

Vorwort (von Michael Gaidoschik)	10
1 Einleitung	13
1.1 Anliegen	14
1.2 Eine kurze Übersicht über diesen Band	15
2 Entwicklungs- und Kompetenzorientierung	21
2.1 Motive, Motivationen und subjektive Logik	22
2.1.1 Motive der Kinder aufgreifen	22
2.1.2 Von der subjektiven Logik in die „Zone der nächsten Entwicklung“	24
2.1.3 Deutung von Erhaltungsfragen	25
2.1.4 Konsequenzen für die mathematische Frühförderung	31
2.2 Einstellung zur Mathematik	33
3 Grundlegende Konzepte und Strategien	35
3.1 Operative Muster ohne Zahlen	37
3.1.1 Seriations-Operationen	38
3.1.2 Zusammenspiel von Seriation und Klassifikation	43
3.1.3 Lernumgebung „Musterschlangen“	44
3.1.4 Klassifikations-Operationen	46
3.2 Aspekte des Zahlbegriffs	50
3.2.1 Ordinaler Zahlaspekt	52
3.2.2 Kardinaler Zahlaspekt	52
3.2.3 Relationszahlaspekt	54
3.3 Zahlentwicklung: Zählen ist nicht gleich Zählen	55
3.3.1 Verbales Zählen: Vom Singsang zum rechnenden Zählen	55
3.3.2 Zählprinzipien regeln das Tun	57
3.3.3 Zahlsymbole lesen, schreiben und ordnen	60
3.3.4 Fazite	60
4 Mathematische Entwicklungen bis Schulbeginn	63
4.1 Früheste Fähigkeiten	65
4.1.1 Mengendiskriminierung	65
4.1.2 Erkennen von Mengenveränderungen	65

4.2	Vorschulische Kompetenzentwicklung	66
4.2.1	Basisfertigkeiten	66
4.2.2	Anzahlkonzept und Argumente zur Erhaltung	70
4.2.3	Beziehungen zwischen Anzahlen	74
4.2.4	Bedeutung des Entwicklungsmodells	74
4.3	Vorschulische Standorte	76
4.3.1	Fragen	76
4.3.2	Theoriebezüge und Untersuchungsplan	77
4.3.3	Diagnostische Aufgaben und Ergebnisse	77
4.3.4	Diskussion	89
4.4	Heterogenität beim Schuleintritt	91
4.4.1	Einteilung in „Frührechner“ und „Spätrechner“	92
4.4.2	Heterogenität in vier Kompetenzniveaus	95
4.4.3	„Mathematische Cleverness“	98
4.5	Rückschau und Vorschau	107

5	Strategien in Grundoperationen	109
5.1	Rechenverfahren geben Signale	111
5.2	Zählstrategien	112
5.2.1	Varianten von „Alles-Zählen“	113
5.2.2	So geht's einfacher: Weiterzählen vom ersten Summanden	114
5.2.3	„Quantensprung“: Weiterzählen vom größeren Summanden	114
5.3	Statischer Fingergebrauch	116
5.4	Mentale Gliederungsfähigkeit	119
5.4.1	Bedeutung und Begründung	119
5.4.2	Gliedern als Denkschulung	125
5.4.3	Visuelles Operieren	129
5.4.4	Eigenproduktionen	137
5.4.5	Lernumgebung „Auf einen Blick“	140
5.4.6	Eigenproduktionen zum „Blitzen“ am 100er-Feld	142
5.4.7	Lernumgebung „Würfelhäuser“	149
5.5	Operative Ableitstrategien	153
5.5.1	Mit Mustern rechnen	153
5.5.2	Voraussetzungen aufbauen	157
5.5.3	Produktive „Ableitkultur“	159
5.5.4	Eigenproduktionen	161

5.6	Automatisierung von „Kernaufgaben“	176
5.7	Strategiewahl	181
5.7.1	Strategie- <i>Bewusstheit</i> und Entscheidungs- <i>Freiheit</i>	181
5.7.2	„Typische“ Strategiewahlen	182
5.7.3	„Rückzieher-Strategie“	186
5.7.4	10er-Übergang – ein Spezialfall?	187
5.7.5	Strategien gezielt herausfordern	189
6	Didaktik zur Strategie-<i>Bewusstheit</i>	191
6.1	Konstruktivistisch orientierte Fachdidaktik	193
6.1.1	Aktives und konstruktives Lernen	193
6.1.2	Didaktische Einstellung und Umsetzung	196
6.2	Vielfältige Reflexionsmöglichkeiten	198
6.2.1	Sprachliche Reflexion erweitern	198
6.2.2	Lernumgebung „Einkaufen“	203
6.2.3	Kompetenzorientierung in Bildungsstandards	206
6.3	Dialogisches Lernen	208
6.3.1	Vom Singulären zum Regulären	208
6.3.2	Lernen mit Reisetagebüchern	210
6.3.3	Dialogisches Lernen in Mathekonferenzen	211
6.4	Potenzial von Lernumgebungen	214
6.4.1	Reichhaltige Aufgaben	214
6.4.2	Spiralprinzip und natürliche Differenzierung	216
6.4.3	Konsequenzen für die Lernbegleitung	219
6.4.4	Vision einer mathematischen Lernkultur	225
6.5	Integrativer Mathematikunterricht	228
6.5.1	Kompetenzorientierung	228
6.5.2	Formen der Lehrmittelnutzung	230
6.5.3	An- und Vorzeichen einer Rechenschwäche	232
6.5.4	Unterricht als Quelle von Rechenschwierigkeiten	236
6.5.5	Negative Lerndynamik wenden	236
7	Die zentralen Anliegen dieses Buches	241
	Anhang	245