

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen.....	13
1.1	Logik.....	13
1.1.1	Aussage und Wahrheitswert.....	13
1.1.2	Verknüpfungen von Aussagen.....	13
1.1.3	Gleichwertigkeit von Aussagenverknüpfungen.....	15
1.2	Beweise.....	16
1.2.1	Grundbegriffe und Axiome.....	16
1.2.2	Notwendige und hinreichende Bedingungen.....	16
1.2.3	Eine falsche Beweisführung.....	17
1.2.4	Direkter Beweis.....	17
1.2.5	Indirekter Beweis.....	18
1.2.6	Vollständige Induktion.....	18
1.2.7	Existenz- und Universalaussagen.....	19
1.3	Mengen.....	19
1.3.1	Mengenbegriff.....	19
1.3.2	Relationen.....	20
1.3.3	Operationen.....	21
1.3.4	Rechenregeln.....	22
1.3.5	Intervalle auf der Zahlengeraden.....	23
1.3.6	Produktmenge.....	24
1.4	Reelle Zahlen.....	24
1.4.1	Der Aufbau des Zahlensystems.....	24
1.4.2	Potenz- und Wurzelgesetze.....	25
1.4.3	Logarithmengesetze.....	26
1.4.4	Binomialkoeffizienten und Binomischer Lehrsatz.....	27
1.4.5	Kombinatorik.....	29
1.4.6	Ungleichungen und Beträge.....	31
1.5	Komplexe Zahlen.....	36
1.5.1	Definition der Menge $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen.....	36
1.5.2	Das Rechnen mit komplexen Zahlen in der arithmetischen Form.....	38
1.5.3	Das Rechnen mit komplexen Zahlen in der goniometrischen Form und die EULERSche Form der komplexen Zahl.....	39
1.5.4	Radizieren komplexer Zahlen.....	41
1.6	Zahlenfolgen und Zahlenreihen.....	42
1.6.1	Definition der Folge und des Grenzwertes.....	42
1.6.2	Konvergenzkriterien für Folgen.....	44
1.6.3	Rechenregeln für Grenzwerte.....	46
1.6.4	Bestimmte und unbestimmte Ausdrücke.....	48
1.6.5	Teilsummenfolge und unendliche Reihen.....	49

1.6.6	Konvergenzkriterien für Reihen.....	50
1.6.7	Rechnen mit unendlichen Reihen.....	55
2	Vektoren und analytische Geometrie.....	57
2.1	Definition des Vektors und seine Darstellung im kartesischen Koordinatensystem.....	57
2.2	Das skalare Produkt zweier Vektoren.....	59
2.3	Das vektorielle Produkt zweier Vektoren.....	61
2.4	Das Spatprodukt von Vektoren.....	63
2.5	Lineare Abhängigkeit.....	64
2.6	Anwendungen der Vektorrechnung auf elementare Probleme der technischen Mechanik.....	64
2.7	Anwendungen der Vektorrechnung auf elementargeometrische Probleme.....	67
2.8	Die Parameterform der Geradengleichung.....	69
2.9	Die Parameterform der Ebenengleichung.....	72
2.10	Die Skalarform der Ebenengleichung.....	73
2.11	Kurven.....	77
2.12	Flächen.....	86
3	Lineare Algebra.....	86
3.1	Determinanten und lineare Gleichungssysteme.....	86
3.1.1	Begriff der Determinante.....	86
3.1.2	Eigenschaften von Determinanten.....	88
3.1.3	Die CRAMERSche Regel.....	90
3.2	Matrizen.....	91
3.2.1	Begriff der Matrix.....	91
3.2.2	Gleichheit, Vielfachheit und Summen von Matrizen.....	93
3.2.3	Das Produkt zweier Matrizen.....	94
3.2.4	Inverse Matrix.....	95
3.2.5	Rang einer Matrix.....	98
3.3	Lineare Gleichungssysteme.....	98
3.3.1	Der GAUSSsche Algorithmus.....	98
3.3.2	Homogene Gleichungssysteme.....	102
3.3.3	Berechnung der inversen Matrix.....	102
3.3.4	Matrizengleichungen.....	105
3.4	Flächen zweiter Ordnung und Hauptachsentransformation.....	106
3.4.1	Quadratische Formen und Hyperflächen.....	106
3.4.2	Lineare Transformationen.....	107
3.4.3	Eigenwerte und Eigenvektoren.....	109
3.4.4	Hauptachsentransformation für Kurven und Flächen zweiter Ordnung.....	113

4	Funktionen-Kurven-Gleichungen.....	116
4.1	Funktionen - Begriff, Darstellung und Nullstellen.....	116
4.2	Geometrische Eigenschaften von Funktionen.....	120
4.3	Umkehrfunktionen.....	121
4.4	Die elementaren Funktionen.....	122
4.4.1	Ganzrationale Funktionen und Polynome.....	122
4.4.2	Gebrochen rationale Funktionen und Partialbruchzerlegung.....	127
4.4.3	Algebraische Funktionen und Wurzelgleichungen.....	132
4.4.4	Exponential- und Logarithmusfunktion.....	135
4.4.5	Die allgemeine Potenzfunktion.....	137
4.4.6	Kreis- und Arcusfunktionen/Goniometrische Gleichungen.....	138
4.4.7	Hyperbel- und Areafunktionen.....	142
4.4.8	Analytische Funktionen.....	143
4.5	Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit.....	144
5	Differentialrechnung.....	148
5.1	Differentialquotient, Differenzierbarkeit.....	148
5.2	Differentiationsregeln.....	151
5.3	Mittelwertsatz und TAYLORScher Satz.....	158
5.4	Anwendungen der Differentialrechnung.....	164
5.4.1	Charakteristische Kurvenpunkte.....	164
5.4.2	Grenzwertberechnung.....	170
5.4.3	Elemente der Differentialgeometrie.....	173
5.4.4	Numerisches Lösen von Gleichungen.....	182
6	Integralrechnung.....	186
6.1	Das bestimmte Integral.....	186
6.2	Das unbestimmte Integral.....	189
6.3	Berechnung von Integralen.....	190
6.3.1	Grundintegrale.....	190
6.3.2	Integrationsregeln.....	191
6.3.3	Integration gebrochen rationaler Funktionen.....	197
6.3.4	Integration durch spezielle Substitutionen.....	201
6.4	Uneigentliche Integrale.....	203
6.5	Integralgeometrie.....	206
6.5.1	Flächeninhalt ebener Bereiche.....	206
6.5.2	Volumen von Rotationskörpern.....	210
6.5.3	Bogenlängen von Kurven.....	212
6.5.4	Mantelflächen von Rotationskörpern.....	214
6.6	Numerische Integration.....	216
6.6.1	Trapezformel.....	216
6.6.2	Die SIMPSONsche Regel.....	217

7	Folgen und Reihen von Funktionen	220
7.1	Grundlegende Definitionen und Sätze.....	220
7.2	Potenzreihen und TAYLOR-Reihen.....	221
7.3	Trigonometrische Reihen und FOURIER-Reihen.....	224
7.4	Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit von Funktionenreihen....	231
8	Funktionen mit mehreren Variablen	232
8.1	Definitionen und Darstellungen.....	232
8.1.1	Punktmenge im $\mathbb{R}^n$	232
8.1.2	Begriff und Darstellung der reellwertigen Funktion mit n reellen Veränderlichen.....	233
8.1.3	Mittelbare Funktionen.....	234
8.1.4	Grenzwerte, Stetigkeit.....	235
8.2	Partielle Ableitungen.....	235
8.3	Mittelwertsatz und TAYLORSche Formel.....	242
8.4	Extremwerte bei Funktionen mit mehreren Variablen.....	246
8.5	Doppel- und Dreifachintegrale.....	252
8.5.1	Flächen- bzw. Doppelintegral.....	252
8.5.2	Raum- bzw. Dreifachintegral.....	256
8.5.3	Variablentransformation.....	257
8.6	Kurvenintegrale.....	262
9	Komplexwertige Funktionen einer komplexen Variablen	266
9.1	Der Funktionsbegriff für komplexe Variable.....	266
9.2	Die einfach lineare Funktion.....	266
9.3	Die gebrochen lineare Funktion.....	267
9.4	Potenz- und Wurzelfunktionen.....	268
9.5	Exponential- und Logarithmusfunktion.....	269
9.6	Weitere elementare Funktionen.....	270
9.7	Differentiation.....	271
9.8	Integration.....	272
9.9	Potenzreihenentwicklung.....	274
10	Gewöhnliche Differentialgleichungen	276
10.1	Grundbegriffe.....	276
10.2	Differentialgleichungen 1. Ordnung.....	277
10.2.1	Trennung der Variablen.....	277
10.2.2	Differentialgleichungen, die nach Substitutionen getrennte Variable haben....	279
10.2.3	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung.....	280
10.2.4	Exakte Differentialgleichungen.....	282
10.2.5	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen.....	286
10.2.6	Numerische Lösung von Differentialgleichungen.....	288
10.3	Lineare Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit konstanten Koeffizienten.....	291
10.3.1	Aufgabenstellung, grundlegende Aussagen.....	291

10.3.2	Die allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten.....	293
10.3.3	Erzeugung einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung durch Variation der Konstanten.....	295
10.3.4	Erzeugung einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung bei speziellen rechten Seiten durch Ansätze.....	298
10.4	LAPLACE-Transformation.....	304
10.4.1	Einleitung.....	304
10.4.2	Definition der LAPLACE-Transformation.....	304
10.4.3	Rechenregeln.....	305
10.4.4	Korrespondenzen.....	306
10.4.5	Lösung von Differentialgleichungen mittels der LAPLACE-Transformation...	309
10.4.6	Lösung von Differentialgleichungssystemen mittels der LAPLACE-Transformation.....	311
11	Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	314
11.1	Zufällige Ereignisse.....	314
11.2	Wahrscheinlichkeit.....	318
11.2.1	Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.....	318
11.2.2	Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	321
11.2.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Multiplikationstheorem.....	322
11.2.4	Totale Wahrscheinlichkeit und BAYESSche Formel.....	325
11.3	Zufallsgrößen.....	327
11.3.1	Begriff der Zufallsgröße.....	327
11.3.2	Diskrete Zufallsgrößen.....	327
11.3.3	Stetige Zufallsgrößen.....	328
11.3.4	Erwartungswert, Mittelwert, Varianz.....	331
11.4	Spezielle Verteilungen.....	334
11.4.1	Gleichmäßige diskrete Verteilung.....	334
11.4.2	Binomialverteilung und BERNOULLI-Schema.....	335
11.4.3	POISSON-Verteilung und Grenzwertsatz von POISSON.....	337
11.4.4	Gleichmäßige stetige Verteilung.....	339
11.4.5	Exponentialverteilung.....	339
11.4.6	Normalverteilung.....	340
11.4.7	χ^2 -, t-, F-Verteilung.....	344
12	Mathematische Statistik.....	352
12.1	Punktschätzungen.....	353
12.1.1	Stichprobenmittel und Stichprobenvarianz.....	353
12.1.2	Maximum-Likelihood-Methode.....	357
12.2	Konfidenzschätzungen.....	359
12.3	Statistische Prüfverfahren.....	363
12.3.1	Prüfung einer Hypothese über den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit (einfacher t-Test).....	363

12.3.2	Prüfung einer Hypothese über die Varianz einer normalverteilten Grundgesamtheit (χ^2 -Streuungstest).....	365
12.3.3	Prüfung einer Hypothese über die Gleichheit der Mittelwerte zweier unabhängiger normalverteilter Grundgesamtheiten (doppelter t-Test).....	366
12.3.4	Prüfung einer Hypothese über die Gleichheit der Varianzen zweier unabhängiger normalverteilter Grundgesamtheiten (F-Test).....	367
12.3.5	Prüfung einer Hypothese über die Art der Verteilung (χ^2 -Anpassungstest)...	367
Literaturverzeichnis.....		371
Sachwortverzeichnis.....		372