

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen zur axiomatischen Methode	xiii
Vereinbarungen	xv
0 Mengen, Relationen und Abbildungen	1
0.1 Naive Mengenlehre	1
0.2 Geordnete Paare und Relationen	8
0.3 Abbildungen	13
0.4 Injektive, surjektive und bijektive Abbildungen	20
1 Grundlagen der Analysis	25
1.1 Die natürlichen Zahlen und das Induktionsprinzip	25
1.2 Abzählbarkeit	33
1.3 Körper	37
1.4 Angeordnete Körper	46
1.5 Das Archimedische Axiom	51
1.6 Folgen in einem angeordneten Körper	55
1.7 Vollständigkeit	64
2 Das System der reellen Zahlen	69
2.1 Axiomatische Einführung der reellen Zahlen	69
2.2 Dezimalbruchentwicklung	73
2.3 Die allgemeine Potenz einer reellen Zahl	75
2.4 Weitere Vollständigkeitsprinzipien	81
2.5 Häufungswerte	90
2.6 Das erweiterte reelle Zahlensystem	95
3 Unendliche Reihen	101
3.1 Unendliche Reihen	101
3.2 Vergleichskriterien	106

3.3	Potenzreihen	114
3.4	Partielle Summation	117
3.5	Der Umordnungssatz	119
3.6	Doppelfolgen	121
3.7	Doppelreihen	126
3.8	Produkte von Reihen	133
4	Stetige Funktionen einer Variablen	139
4.1	Reelle Funktionen	139
4.2	Polynome und rationale Funktionen	147
4.3	Der Limes einer Funktion	153
4.4	Stetige Funktionen	163
4.5	Stetige Funktionen auf kompakten Intervallen	167
4.6	Monotone Funktionen	170
4.7	Gleichmäßige Konvergenz	175
4.8	Der Weierstraßsche Approximationssatz	179
4.9	Reihen von Funktionen	184
5	Differentialrechnung einer Variablen	187
5.1	Differenzierbare Funktionen einer Variablen	187
5.2	Ableitungsregeln	192
5.3	Kurvendiskussion und der Mittelwertsatz	197
5.4	Die de L'Hospital'schen Regeln	205
5.5	Differentiation von Folgen und Reihen	208
5.6	Höhere Ableitungen und die Taylorsche Formel	211
5.7	Lokale Extrema	222
5.8	Konvexität	225
6	Die elementaren transzendenten Funktionen	233
6.1	Die Exponentialfunktion	234
6.2	Die Hyperbelfunktionen	240
6.3	Der Logarithmus	242
6.4	Die allgemeine Potenz	245
6.5	Die Winkelfunktionen Cosinus und Sinus	250
6.6	Tangens und Cotangens	257
6.7	Die Arcusfunktionen	259
6.8	Polarkoordinaten	264

7 Integralrechnung	267
7.1 Stammfunktionen	267
7.2 Grundintegrale	269
7.3 Partielle Integration und Substitution	271
7.4 Integration rationaler Funktionen	278
7.5 Klassen elementar integrierbarer Funktionen	282
8 Das Riemannsche Integral	287
8.1 Das Riemann-Darbouxsche Integral	287
8.2 Die Riemannsche Definition	296
8.3 Klassen integrierbarer Funktionen	302
8.4 Eigenschaften integrierbarer Funktionen	304
8.5 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	309
8.6 Integralformeln	313
8.7 Uneigentliche Integrale	319
8.8 Das Integralkriterium und Anwendungen	322
8.9 Grenzwertsätze	328
A Mengensysteme, Relationen und Partitionen	333
A.1 Mengensysteme	333
A.2 Indizierte Familien	335
A.3 Äquivalenzrelationen und Partitionen	338
A.4 Ordnungsrelationen	345
B Konstruktion der reellen Zahlen	349
B.1 Cauchy-Folgen in einem angeordneten Körper	349
B.2 Definition der reellen Zahlen	351
B.3 Der angeordnete Körper der reellen Zahlen	353
B.4 Der Dedekindsche Satz	356
B.5 Das Hilbertsche Programm	358
C Elementare komplexe Analysis	361
C.1 Komplexe Zahlen	361
C.2 Unendliche Reihen komplexer Zahlen	366
C.3 Komplexe Polynome und rationale Funktionen	368
C.4 Komplexe Funktionen	374
C.5 Komplex differenzierbare Funktionen	378
C.6 Die Exponentialfunktion	384
C.7 Die trigonometrischen Funktionen	385
C.8 Der Logarithmus und die allgemeine Potenz	389

C.9 Der Fundamentalsatz der Algebra	392
C.10 Integration komplexer Funktionen	396
C.11 Integration komplex-wertiger Funktionen	400
Literaturverzeichnis	403
Index	405