

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur zweiten Auflage	VIII	KAPITEL 4. REELLE UND KOMPLEXE FUNKTIONEN	
Vorwort zur ersten Auflage	X	Einleitung	50
Wie arbeiten Sie mit diesem Buch?	XIII	§ 1 Definition der reellen Funktionen und Beispiele	50
KAPITEL 1. DIE REELLEN ZAHLEN		§ 2 Monotone Funktionen	52
§ 1 Mengen	1	§ 3 Beispiele aus der Wechselstrom- lehre	54
§ 2 Funktionen	4	§ 4 Rechnen mit reellen Funktionen	56
Definitionen und Beispiele	4	§ 5 Polynome	58
Die Komposition von Funktionen	6	Das Horner-Schema	58
Die Umkehrfunktion	8	Nullstellen von Polynomen	60
Bijektive Funktionen	9	§ 6 Komplexe Funktionen	62
§ 3 Die reellen Zahlen	10	Komplexe Funktionen mit reellen Argumenten	64
Die Zahlengerade	10	Zusammenfassung	65
Die arithmetischen Eigenschaften von $\mathbb{R}$	10	KAPITEL 5. DAS SUPREMUM	
Ungleichungen	12	Einleitung	66
Intervalle	16	§ 1 Schranken, Maximum, Minimum, Supremum, Infimum	67
Definition und Eigenschaften der Wurzel	17	§ 2 Das Supremumsaxiom	70
Der Betrag	19	§ 3 Eigenschaften von Supremum und Infimum	70
Zusammenfassung	22	§ 4 Supremum und Maximum bei Funktionen	71
KAPITEL 2. VOLLSTÄNDIGE INDUKTION		§ 5 Dual-, Dezimal- und Hexadezimal- zahlen	72
§ 1 Beweis durch vollständige Induktion	24	Zusammenfassung	74
Erklärung des Summenzeichens	26	KAPITEL 6. FOLGEN	
§ 2 Rekursive Definitionen	26	Einleitung	75
§ 3 n-te Potenz und n-te Wurzel	28	§ 1 Definition	75
Eigenschaften der n-ten Potenz	28	§ 2 Monotonie und Beschränktheit	76
Die n-te Wurzel	30	Beschränktheit	76
Die binomische Formel	30	Monotonie	77
Zusammenfassung	34	Monotone beschränkte Folgen	78
KAPITEL 3. DIE KOMPLEXEN ZAHLEN		§ 3 Konvergenz und Divergenz	80
Einleitung	36	Konvergenz	80
§ 1 Definition und Veranschaulichung	36	Divergenz	82
§ 2 Der Körper $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen	36	Rechenregeln für konvergente Folgen	82
Rechengesetze in $\mathbb{C}$	36	Beispiele	84
$\mathbb{R}$ als Teilmenge von $\mathbb{C}$	38	Rekursiv definierte Folgen	86
§ 3 Realteil, Imaginärteil, Betrag	39		
Realteil, Imaginärteil, Konjugierte	39		
Der Betrag	40		
§ 4 Die Polarform	44		
§ 5 n-te Wurzeln einer komplexen Zahl	46		
Zusammenfassung	49		

§ 4 Komplexe Folgen	89	§ 3 Sinus und Cosinus	142
Zusammenfassung	92	§ 4 Hyperbelfunktionen	144
		Zusammenfassung	146
KAPITEL 7. EINFÜHRUNG IN DIE INTEGRALRECHNUNG		KAPITEL 10. STETIGE FUNKTIONEN	
Einleitung	94	Einleitung	146
§ 1 Beispiele	94	§ 1 Stetigkeit	149
§ 2 Obersumme und Untersumme	98	Grenzwerte von Funktionen	149
§ 3 Die Definition des Integrals	102	Einseitige und uneigentliche Grenzwerte	151
§ 4 Das Riemannsche Integrabilitätskriterium	104	Stetige Funktionen	152
Integrierbarkeit monotoner Funktionen	106	Trigonometrische Funktionen und Exponentialfunktion sind stetig	154
§ 5 Integral als Grenzwert einer Folge	107	Stetig auf $[a,b]$: Drei Sätze	157
Das Riemannsche Summen-Kriterium	108	§ 2 Anwendung auf spezielle Funktionen	161
§ 6 Numerische Integration	109	Exponentialfunktion, Logarithmus und allgemeine Potenz	161
Die Rechteckregel	109	Trigonometrische Funktionen	164
Die Trapezregel	110	§ 3 Die ϵ - δ -Definition der Stetigkeit und die Lipschitz-Stetigkeit	168
Die Simpsonregel	111	§ 4 Stetigkeit und Integration	171
§ 7 Eigenschaften des Integrals	112	Zusammenfassung	172
Eigenschaften des Integrals bezüglich des Integrationsintervalls	112	KAPITEL 11. DIFFERENTIALRECHNUNG	
Eigenschaften bezüglich des Integranden	114	Einleitung	174
Ungleichungen für Integrale	116	§ 1 Lineare Approximation	174
Zusammenfassung	117	§ 2 Definition der Differenzierbarkeit	177
KAPITEL 8. REIHEN		§ 3 Differenzierbare Funktionen	180
Einleitung (Zenon's Paradoxon)	119	§ 4 Rechenregeln für differenzierbare Funktionen	184
§ 1 Beispiele	120	Summe, Produkt, Quotient	184
§ 2 Konvergente Reihen	122	Die Kettenregel	185
Geometrische Reihen	122	Die Ableitung der Umkehrfunktion	188
Die "Schneeflockenkurve"	123	Differenzierbarkeit von Potenzreihen	190
Rechenregeln für konvergente Reihen	124	§ 5 Die Ableitung komplexer Funktionen	191
Notwendiges Konvergenzkriterium	125	§ 6 Höhere Ableitungen	192
§ 3 Konvergenzkriterien	126	Aufgaben zum Einüben der Differentiationstechniken	193
Vergleichskriterien	126	§ 7 Beispiele von Differentialgleichungen und Lösungen	194
Wurzelkriterium	127	Lösung der Schwingungsgleichung durch Potenzreihenansatz	194
Quotientenkriterium	128	§ 8 Der erste Mittelwertsatz	196
Alternierende Reihen	128	Lokale Extrema	196
§ 4 Absolut konvergente Reihen	130	Der erste Mittelwertsatz der Differentialrechnung	198
Zusammenfassung	133	Anwendungen des ersten Mittelwertsatzes	200
KAPITEL 9. POTENZREIHEN UND SPEZIELLE FUNKTIONEN		§ 9 Die Regeln von de L'Hôpital	201
Einleitung	135	Zusammenfassung	204
§ 1 Potenzreihen	136		
Konvergenz von Potenzreihen	137		
Zusammenfassung: Potenzreihen als Funktionen	139		
§ 2 Exponentialfunktion	140		
Definition der Exponentialfunktion	140		
Eigenschaften der Exponentialfunktion	141		

KAPITEL 12. INTEGRALRECHNUNG-INTEGRATIONSTECHNIK

Einleitung	207
§ 1 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	208
§ 2 Die Stammfunktion	210
§ 3 Eine andere Formulierung des Hauptsatzes	211
§ 4 Integration zur Lösung einfachster Differentialgleichungen	212
§ 5 Das unbestimmte Integral	214
§ 6 Die Integration komplexer Funktionen	215
§ 7 Integrationsmethoden	216
Integranden der Form $\frac{f'}{f}$	216
Partielle Integration	217
Substitution	219
Eine Umformulierung der Substitutionsregel	222
Substitution bei bestimmten Integralen	224
§ 8 Separable Differentialgleichungen	225
Lösungsmethode	225
Merkregel	226
Anfangswertprobleme	227
§ 9 Integration rationaler Funktionen	228
1. Schritt: Polynomdivision	228
2. Schritt: Polynomzerlegung	229
3. Schritt: Partialbruchzerlegung	230
4. Schritt: Integration rationaler Funktionen	232
Kurze Merkgelsammlung	233
Zusammenfassung	234

KAPITEL 13. UNEIGENTLICHE INTEGRALE

Einleitung	236
§ 1 Unbeschränktes Integrationsintervall	236
Integrationsintervall $]-\infty, \infty[$	238

Konvergenzkriterien	239
§ 2 Unbeschränkter Integrand	240
Konvergenzkriterien	242
§ 3 Die Gammafunktion	243
§ 4 Die Laplace-Transformation	245
Linearität und elementare Laplace-Transformationen	246
Bemerkungen zum Umkehrproblem	247
Transformation von Ableitungen	248
Transformation von $f(at \pm b)$	249
Verschiebung des Arguments in der Bildfunktion	250
Kurze Übersicht	251
Zusammenfassung	252

KAPITEL 14. TAYLORPOLYNOME UND TAYLORREIHEN

§ 1 Approximation durch Polynome	253
Approximation	253
Taylorpolynome	255
§ 2 Restglied	256
Restglied nach Taylor	256
Anwendung: Funktionswerte berechnen	257
Restglied nach Lagrange	258
Restglied abschätzen	258
Anwendung: Lokale Extrema	259
§ 3 Taylorreihen	261
Definition	261
Ein Gegenbeispiel	262
Konvergenz der Taylorreihe	263
Beispiel Logarithmus	265
Beispiel Arcus-Tangens	266
Beispiel Binomische Reihe	266
Zusammenfassung	267

Lösungen der Aufgaben	269
Sachverzeichnis	333