

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen der Approximation	1
1.1	Historisches und Wissenswertes	1
1.2	Approximationsarten im Überblick	3
1.2.1	Interpolation	3
1.2.2	Entwicklung in Funktionenreihen	4
1.2.3	Approximation in linearen normierten Räumen	6
1.3	Approximationsproblem	9
1.3.1	Norm und Quasinorm	9
1.3.2	Lineares Approximationsproblem	9
1.4	Approximation im Mittel	16
1.4.1	Approximation im Mittel in euklidischen Vektorräumen	16
1.4.2	Approximation im Mittel mit Orthogonalsystemen	24
1.5	Ausgewählte Eigenschaften von Funktionen, Folgen und Reihen	35
1.6	Gleichmäßige stetige Approximation	99
2	Approximation, Fourier-Reihe, Konvergenz	105
2.1	Integraldarstellung und Approximationssätze	105
2.2	Bestapproximation, ihre Norm und Minimalabstand	130
2.3	Konvergenz und Dini-Lipschitz-Bedingung	140
2.4	Zur punktweisen Konvergenz	149
2.5	Zur gleichmäßigen Konvergenz	158
3	Fourier-Reihen	163
3.1	Approximation im Mittel mit trigonometrischen Polynomen	163
3.2	Komplexe Schreibweise	178
3.3	Differentiation und Integration	193
3.4	Konvergenz der Fourier-Reihe im Komplexen	197

3.5	Weitere Konvergenzaussagen	227
3.6	Weitere Eigenschaften von Fourier-Reihen	266
4	Ein Prozedur zur Fourier-Analyse	267
4.1	Funktionen und ihre periodische Fortsetzung	267
4.2	Integration von nichtstetigen Funktionen	290
4.3	Die Prozedur <code>cfourier</code> und Modifikationen	327
4.3.1	Zum Parameterkonzept in Maple Prozeduren	336
4.3.2	Die modifizierte Prozedur <code>cfourier1</code>	340
4.3.3	Die modifizierte Prozedur <code>cfourier2</code>	345
4.3.4	Die modifizierte Prozedur <code>cfourier3</code>	347
4.4	Fourier-Koeffizienten und Integrationsprozeduren	351
4.5	Weitere Maple Prozeduren zu Fourier-Reihen	358
4.6	Integrationsformeln für einfache Integranden	370
5	Numerische Berechnung der Koeffizienten von Fourier-Reihen	379
5.1	Quadraturformeln zu Fourier-Koeffizienten	379
5.2	Diskrete Approximation im Mittel	396
5.2.1	Die Methode der kleinsten Quadrate	397
5.2.2	Ausgleich durch Polynome im \mathbb{R}^1	403
5.3	Trigonometrische Interpolation	408
5.3.1	Ausgleich durch trigonometrische Polynome	408
5.3.2	Komplexe und reelle trigonometrische Interpolation	409
5.3.3	Trigonometrische Interpolation und Faltung	418
5.3.4	Diskrete Fourier-Transformation	419
5.3.5	Drei-Term-Rekursion und diskrete Fourier-Koeffizienten	425
5.4	Das Faltungsschema von C. RUNGE	433
5.5	Die schnelle Fourier-Transformation	443
5.6	Fourier-Analyse in Maple und MATLAB	457
5.6.1	FFT in Maple I	459
5.6.2	FFT in Maple II	461
5.6.3	FFT in Maple III	469
5.6.4	FFT in Maple IV	472
5.6.5	FFT in MATLAB I	484
5.6.6	FFT in MATLAB II	494

5.6.7	FFT in MATLAB III	503
5.6.8	FFT in MATLAB IV	507
6	Das Gibbssche Phänomen	517
6.1	Rechteckschwingung	517
6.2	Weitere Beispiele	520
6.2.1	Modifizierte Rechteckschwingung	520
6.2.2	Treppenfunktion	522
6.2.3	Alternierende Funktion	524
6.3	Das Überschwingen	525
7	Anwendungen zu Fourier-Reihen	535
7.1	Formeln zur Fourier-Reihe	535
7.2	Fourier-Reihen und die Kreiszahl π	536
7.2.1	Rechteckschwingung	536
7.2.2	Kippschwingung	538
7.2.3	Dreieckschwingung	540
7.2.4	Summe der Kehrwerte von Quadratzahlen	542
7.2.5	Gleichgerichteter Sinus	544
7.2.6	Formelübersicht	546
7.3	Anwendung für die Partialbruchzerlegung des Cotangens	548
8	Sammlung von Fourier-Reihen	551
Index		583
Literaturverzeichnis		587