

Inhaltsverzeichnis

Mathematische Zeichen und Begriffe.....	X
---	---

Analysis

1 Die reellen Zahlen	2
1.1 Die Grundeigenschaften der reellen Zahlen	2
1.1.1 Von den natürlichen zu den reellen Zahlen	2
Die natürlichen Zahlen	2
Ganze Zahlen	3
Rationale Zahlen	4
Irrationale Zahlen	7
Reelle Zahlen	9
1.1.2 Lagebeziehungen reeller Zahlen	14
Intervall, Umgebung, absoluter Betrag	
1.2 Das Rechnen in $\mathbb{R}$	17
1.2.1 Der binomische Satz	18
1.2.2 Gleichungen und Ungleichungen	23
Grundlagenwiederholung	23
Lineare Ungleichungen	27
Quadratische Gleichungen und Ungleichungen	31
Exponentialgleichungen	37
2 Funktionenlehre	41
2.1 Grundlagen	41
2.1.1 Paarmengen	41
2.1.2 Funktionen	44
Funktionen als Spezialfall von Relationen	44
Definitions- und Wertemenge	45
Schreibweise von Funktionen	45
2.2 Ausgewählte elementare Funktionen	50
2.2.1 Lineare Funktionen	50
Die Gerade als Graph linearer Funktionen	50
*Anwendung linearer Funktionen	56
Nullstellen linearer Funktionen	59
Schnittpunkt zweier Geraden	60
Schnittwinkel zweier Geraden – Orthogonalität	63
Erstellung linearer Funktionen	67
*Länge einer Strecke	73
*Mitte einer Strecke	74

2.2.2	Quadratische Funktionen	76
	Die Normalparabel.....	76
	Allgemeine Form der Scheitelgleichung.....	80
	Nullstellen quadratischer Funktionen	84
	Schnittpunkte Gerade – Parabel.....	88
	Schnittpunkte Parabel – Parabel	91
	Erstellung quadratischer Funktionen	92
*2.2.3	Lineare und quadratische Betragsfunktionen.....	95
2.2.4	Umkehrfunktionen (Umkehrrelationen)	97
2.2.5	Ganzrationale Funktionen.....	104
	Reine Potenzfunktionen	104
	Nullstellen ganzrationaler Funktionen	108
	Kurvenverlauf und Symmetrie.....	115
	*Das Horner Schema.....	119
2.3	Trigonometrische Funktionen (Kreisfunktionen).....	123
2.3.1	Die Eigenschaften der trigonometrischen Grundfunktionen.....	124
	Das Bogenmaß eines Winkels.....	124
	Die Sinus- und Kosinusfunktion.....	125
	Die Tangens- und Kotangensfunktion	130
2.3.2	Die allgemeine Sinusfunktion	133
3	Folgen und Reihen.....	138
3.1	Grundlagen.....	138
3.1.1	Folge als Funktion	138
3.1.2	Schreibweise von Folgen	140
3.1.3	Eigenschaften von Folgen.....	142
3.1.4	Reihen	145
3.2	Spezielle (endliche) Folgen.....	147
3.2.1	Arithmetische Folgen und Reihen.....	147
	Das Bildungsgesetz.....	147
	Arithmetische Folgen als lineare Funktionen	149
	Die Summenformel der arithmetischen Reihe	150
	*Vollständige Induktion	152
3.2.2	Geometrische Folgen und Reihen	155
	Das Bildungsgesetz.....	155
	*Geometrische Folgen als Exponentialfunktionen	159
	Die Summenformel der geometrischen Reihe	162
*3.2.3	Zinseszinsrechnung.....	166
3.3	Grenzwert von Folgen.....	168
3.3.1	Unendliche geometrische Folgen und Reihen.....	168
	*Periodische Dezimalzahlen als Grenzwert unendlicher geometrischer Reihen.....	173
3.3.2	Verallgemeinerung des Grenzwertbegriffes	177
	Konvergenz ausgewählter nicht-geometrischer Folgen	177
	Definition des Grenzwertes und 1. Konvergenzkriterium	180
3.3.3	Das Rechnen mit Grenzwerten	181
	Grenzwertsätze.....	181

	Grenzwert von Quotientenfolgen.....	182
*3.4	Wachstum und Zerfall.....	183
3.4.1	Euler'sche Zahl und e-Funktion	183
3.4.2	Spezielle Anwendungsformen der e-Funktion.....	187
4	Grenzwert von Funktionen – Stetigkeit	191
4.1	Grenzwerte von Funktionen	191
4.1.1	Erfordernis diverser Grenzwertbetrachtungen	191
4.1.2	Rechnerischer Umgang mit Grenzwerten	194
*4.1.3	Anwendung auf Kurvenuntersuchungen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen	202
4.2	Stetigkeit.....	211
4.2.1	Begriff der Stetigkeit	211
4.2.2	Globale Stetigkeit.....	215
5	Differentialrechnung	216
5.1	Das Tangentenproblem.....	216
5.1.1	Die Differenzenquotientenfunktion	216
5.1.2	Allgemeine Definition des Differentialquotienten	219
5.1.3	Einfache Differentiationsregeln	221
	Potenz-, Konstanten-, Summenregel	
*5.1.4	Differenzierbarkeit und Stetigkeit.....	229
*5.1.5	Anwendung in der Physik	231
5.2	Anwendung auf Kurvenuntersuchungen	234
5.2.1	Extremstellen von Funktionen – Krümmungsverhalten.....	235
5.2.2	Wendepunkte	239
5.2.3	Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen	243
5.3	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	251
6	Integralrechnung	260
6.1	Das bestimmte Integral.....	260
6.1.1	Das Flächenproblem	260
	Vorbemerkungen.....	260
	Flächeninhaltsfunktion.....	262
	Das bestimmte Integral als Operator.....	268
	Das bestimmte Integral für $f(x) < 0$	270
6.1.2	Die Berechnung des bestimmten Integrals ganzrationaler Funktionen	272
	Integrierbarkeit.....	272
	Integrationsregeln.....	273
	Fläche zwischen Funktionsgraph und x-Achse	277
	Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen.....	280
	Rotationsvolumen	284
*6.2	Die Integration als Umkehrung der Differentiation.....	285
6.2.1	Das bestimmte Integral als Funktion seiner oberen Grenze	285
6.2.2	Stammfunktion und unbestimmtes Integral	289
6.2.3	Die Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen..	294

*7 Vertiefung der Differentialrechnung	296
7.1 Weitere Differentiationsregeln	296
7.1.1 Produktregel.....	296
7.1.2 Quotientenregel.....	297
7.1.3 Kettenregel.....	299
7.2 Kurvendiskussion gebrochen-rationaler Funktionen.....	303
Integration gebrochen-rationaler Funktionen	312
7.3 Kurvendiskussion trigonometrischer Funktionen.....	315
7.3.1 Die Differentiation der trigonometrischen Grundfunktionen	315
Die Ableitungen des Sinus und Kosinus.....	318
Die Ableitungen des Tangens und Kotangens	319
7.3.2 Zusammengesetzte trigonometrische Funktionen.....	320
Sachwortverzeichnis	324