

Inhalt

1	Funktionen	1
1.1	Der Funktionsbegriff	2
1.2	Darstellung von Funktionen	4
1.2.1	Graphische Darstellung	4
1.2.2	Analytische Darstellung	5
1.3	Einteilung von Funktionen	6
1.4	Rationale Funktionen	7
1.4.1	Ganze rationale Funktionen	7
1.4.2	Gebrochene rationale Funktionen	11
1.5	Algebraische irrationale Funktionen	13
1.6	Annähern stetiger Funktionen durch ganze rationale Funktionen	14
1.7	Transzendent irrationale Funktionen	19
1.7.1	Die Exponentialfunktion und die Logarithmusfunktion	19
1.7.2	Die trigonometrischen und die zyklometrischen Funktionen	23
1.7.3	Hyperbelfunktionen und Area-Funktionen	32
2	Folgen und Reihen - Grenzwerte	35
2.1	Begriffsdefinitionen Folge - Reihe - Summenformeln	35
2.2	Konvergenz und Divergenz von Folgen - Grenzwerte	38
2.3	Grenzwerte von Funktionen - stetige und unstetige Funktionen	41
3.	Grundlagen der Differentialrechnung	45
3.1	Der Differentialquotient einer Funktion	45
3.2	Differenzierbarkeit von Funktionen	47
3.3	Grundregeln der Differentiation	48
3.4	Die Ableitung einiger wichtiger Funktionen	
3.4.1	Potenzfunktionen	50
3.4.2	Ableitung der trigonometrischen Funktionen	52
3.4.3	Ableitung der Logarithmusfunktion	53
3.4.4	Ableitung der Exponentialfunktion $y=e^x$ und der allgemeinen Exponentialfunktion $y=a^x$	53
3.4.5	Logarithmisches Differenzieren der Funktion $y = [u(x)]^{u(x)}$	53
3.5.6	Wichtige Differentialquotienten	54
3.5	Grenzwertbestimmung nach der Regel von Bernoulli-L'Hospital	57
3.6	Kurvendiskussionen	59
3.6.1	Nullstellen	59
3.6.2	Extremwerte und Wendepunkte	64
3.6.3	Pole und Unendlichkeitsstellen	67
3.6.4	Das Verhalten der Funktionen im Unendlichen	68
3.6.5	Symmetrieeigenschaften einer Funktion	69
3.7	Ableitungen bei Funktionen mit mehreren Veränderlichen	73
3.7.1	Partielle Ableitungen	73
3.7.2	Extremwerte bei Funktionen von mehreren Veränderlichen	73
3.8	Einige Anwendungen der Differentialrechnung in Ökonomie, Finanzwesen, Technik und Naturwissenschaften	79

3.8.1	Einige Anwendungen in der Ökonomie	79
3.8.2	Anwendungen des Differentialquotienten im Finanzwesen	81
3.8.3	Die Berechnung der Fehlerfortpflanzung als spezielle Anwendung der Differentialrechnung in Naturwissenschaft und Technik	85
3.9	Extremwertaufgaben	91
3.10	Ableitung unentwickelter Funktionen	99
4.	Einführung in die Integralrechnung	101
4.1	Das allgemeine Integral - der Zusammenhang zwischen Integrandenfunktion und Flächenfunktion	101
4.2	Das bestimmte Integral - Berechnung von Flächen	103
4.3	Grundintegrale	104
4.4	Elementare Integrationsregeln - Flächenberechnungen	105
4.5	Berechnung von Rotationskörpern und Kurvenlängen	109
4.6	Integrationsverfahren	113
4.6.1	Integration durch Substitution	114
4.6.2	Partielle Integration	118
4.6.3	Integration durch Partialbruchzerlegung	121
5.	Unendliche Reihen	132
5.1	Konvergenzkriterien für unendliche Reihen	134
5.1.1.	Das Absolute-Glied-Kriterium	134
5.1.2	Das Quotientenkriterium	136
5.1.3	Das Wurzelkriterium	137
5.1.4	Die Majorantenmethode	138
5.2	Konvergenzuntersuchungen bei Potenzreihen	141
5.3	Die Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen nach Taylor	143
5.4	Entwicklung von Funktionen in Fourierreihen	147
6.	Differentialgleichungen	152
6.1	Lösung von Anfangswertproblemen mit dem Integral von Duhamel	153
6.2	Lösung von Anfangswertproblemen durch Nutzung der Laplacetransformation	160
6.2.1	Das Transformationsintegral von Laplace	160
6.2.2	Das Rechnen mit der Laplacetransformierten	160
6.2.3	Beschreibung von Anfangswertproblemen mit Hilfe der Übertragungsfunktion $G(p)$	169
6.3	Lösungen von Anfangswertproblemen mit Hilfe der z-Transformation	171
6.3.1	Was versteht man unter der z-Transformation einer Funktion?	171
6.3.2	Die z-Korrespondenzen einiger wichtiger Zeitfunktionen	172
6.3.3	Regeln zum Rechnen mit z-Transformationen	175
6.3.4	Die z-Transformation einiger unstetiger Funktionen	177
6.3.5	Die Ableitung z-transformierter Ausgangsgrößen	179
6.3.6	Die Rücktransformation der z-transformierten Ausgangsgröße	183
6.4	Randwertprobleme	188
6.4.1	Wodurch sind Randwertprobleme charakterisiert?	188
6.4.2	Lösen homogener Differentialgleichungen	190

6.4.3	Das Lösen der inhomogenen Differentialgleichung	194
6.5	Eigenwertprobleme	200
6.5.1	Was versteht man unter einem Eigenwertproblem?	200
6.5.2	Ein einfaches Beispiel für die Lösung von Eigenwertproblemen	201

Anhänge

Anhang 1:	Integraltafel	203
Anhang 2:	Übergangs- und Gewichtsfunktionen	206
Anhang 3:	Laplace-Korrespondenztabelle	212
Anhang 4:	z-Korrespondenzen	216
Anhang 5:	Nullstellen von Gleichungen 3. und 4. Grades	218

Literaturverzeichnis	222
-----------------------------	-----

Sachregister