

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Der ein- und der zweiachsige Spannungszustand	1
1.2	Scheiben.....	4
1.3	Platten	5
1.4	Faltwerke	6
1.5	Schalen.....	7
1.5.1	Standardformen	7
1.5.2	Spannungszustände in Schalen.....	8
1.5.3	Verknüpfung mehrerer Rotationsschalen	10
2	Die Scheibentheorie	11
2.1	Allgemeines	11
2.1.1	Das Tragverhalten von Scheiben.....	11
2.1.1.1	Der wandartige Träger	13
2.1.1.2	Kreis- und Kreisringscheiben.....	14
2.1.1.3	Krafteinleitungsprobleme.....	15
2.1.2	Idealisierungen und Annahmen.....	15
2.2	Die Scheibengleichung in kartesischen Koordinaten.....	16
2.2.1	Gleichgewicht am Scheibenelement.....	16
2.2.2	Dehnungs-Verschiebungs-Beziehungen.....	18
2.2.3	Verträglichkeitsbedingung	19
2.2.4	Die AIRYSche Spannungsfunktion.....	20
2.2.5	Das Elastizitätsgesetz von HOOKE	20
2.2.6	Die Scheibengleichung.....	21
2.2.7	Berechnung der Verformungen	21
2.2.8	Der ebene Dehnungszustand	22
2.2.9	Die Randbedingungen	23
2.3	Elementare Lösungen in kartesischen Koordinaten	24
2.3.1	Allgemeines Vorgehen.....	24
2.3.2	Biharmonische Funktionen	24
2.3.3	Ebener, homogener Spannungszustand	26
2.3.4	Reiner Schubspannungszustand	27
2.3.5	Reine Biegung	28

2.3.6	Stauwand mit Dreieckquerschnitt	29
2.3.6.1	Lastfall Eigengewicht.....	30
2.3.6.2	Lastfall Wasserdruck.....	31
2.3.6.3	Superposition der beiden Lastfälle	32
2.4	Transformation auf Polarkoordinaten bei Rotationssymmetrie	33
2.4.1	Scheibengleichung	33
2.4.2	Spannungen	35
2.5	Elementare rotationssymmetrische Lösungen in Polarkoordinaten	36
2.5.1	Biharmonische Funktionen	36
2.5.2	Kreisscheibe mit konstanter radialer Randlast	36
2.5.3	Kreisringscheibe mit konstanter radialer Randlast außen	38
2.5.4	Kreisringscheibe mit konstanter radialer Randlast innen.....	40
2.5.5	Zusammengesetzte Kreisscheibe.....	42
2.5.6	Schrumpfring.....	44
2.5.7	Reine Biegung eines Kreisringsektors.....	45
2.5.8	Der Satz von BETTI an der Kreisringscheibe.....	47
2.5.9	Grenzübergang zum stabförmigen Kreisring	49
2.6	Die Berechnung des wandartigen Trägers unter Verwendung von FOURIER-Reihen.....	50
2.6.1	Entwicklung der Randbelastung in eine Reihe.....	50
2.6.2	Wandartiger Träger mit Randlast	52
2.6.2.1	Spannungsermittlung.....	52
2.6.2.2	Zahlenbeispiele	55
2.6.2.3	Durchlaufscheiben unter Gleichlast	57
2.7	Die mitwirkende Breite des Plattenbalkens	61
2.7.1	Problemstellung.....	61
2.7.2	Definition der mitwirkenden Breite	62
2.7.3	Ansatz für die Spannungsfunktion	62
2.7.4	Randbedingungen des Gurtes.....	63
2.7.5	Lösung bei Belastung mit einem einzelnen Reihenglied	64
2.7.6	Die mitwirkende Plattenbreite im allgemeinen Fall	65
3	Die Plattentheorie.....	67
3.1	Die Tragwirkung von Platten.....	67
3.1.1	Allgemeines.....	67
3.1.2	Die Schnittgrößen von Platten.....	68
3.1.3	Hauptmomente	69
3.1.4	Lastaufteilungsverfahren für Rechteckplatten.....	72
3.2	Die Plattengleichung in kartesischen Koordinaten	75
3.2.1	Idealisierungen und Annahmen.....	75

3.2.2	Gleichgewicht am Plattenelement	76
3.2.3	Dehnungs-Verschiebungs-Beziehungen.....	78
3.2.4	Spannungs-Verschiebungs-Beziehungen	79
3.2.5	Momenten-Verschiebungs-Beziehungen	80
3.2.6	Querkraft-Verschiebungs-Beziehungen	81
3.2.7	Plattengleichung.....	81
3.2.8	Die Randbedingungen	82
3.2.8.1	Randscherkräfte.....	82
3.2.8.2	Randbedingungen an geraden Rändern	83
3.2.9	Einfluß der Querdehnung	86
3.2.9.1	Allgemeines.....	86
3.2.9.2	Umrechnungsformeln für Platten mit von μ unabhängigen Randbedingungen	86
3.2.9.3	Rechteckplatten mit freiem Rand	87
3.2.10	Der Lastfall ungleichmäßige Temperatur.....	88
3.2.10.1	Temperaturverlauf.....	88
3.2.10.2	ΔT am Grundsystem.....	89
3.2.10.3	ΔT an der gelenkig gelagerten Platte.....	90
3.2.11	Die elastisch gebettete Platte.....	90
3.3	Vierseitig gelagerte Rechteckplatten	91
3.3.1	Allgemeines.....	91
3.3.2	Lösung der Plattengleichung mit Reihenansatz.....	92
3.3.2.1	Lösungsansatz	92
3.3.2.2	Lösung der Plattengleichung	93
3.3.2.3	Schnittgrößen	94
3.3.2.4	Auswertung für eine quadratische Platte.....	95
3.3.3	Zahlentafel für vierseitig gestützte Rechteckplatten unter Gleichlast	96
3.3.4	Allseits gelenkig gelagerte Rechteckplatte mit Randmoment	98
3.3.4.1	Verlauf der Biegemomente	98
3.3.4.2	Anwendungsbeispiel: Einfeldplatte mit auskragendem Balkon	98
3.3.4.3	Anwendungsbeispiel: Lastfall ΔT bei der gelenkig gelagerten Einfeldplatte.....	99
3.4	Grundgleichungen für Rotationssymmetrie	101
3.4.1	Plattengleichung.....	101
3.4.2	Schnittgrößen	101
3.4.3	Randbedingungen und Einfluß der Querdehnung	103
3.5	Kreis- und Kreisringplatten unter rotationssymmetrischer Belastung	104
3.5.1	Allgemeines zur Lösung der Plattengleichung in Polarkoordinaten	104
3.5.2	Gelenkig gelagerte Kreisplatte unter Gleichlast.....	105

3.5.3	Gelenkig gelagerte Kreisplatte mit Randmoment	108
3.5.4	Gelenkig gelagerte Kreisringplatte mit Randmoment	110
3.5.5	Grenzübergang zum stabförmigen Ringträger	111
3.5.6	Tafeln für Kreis- und Kreisringplatten und Anwendungsbeispiele.....	113
3.5.6.1	Allgemeines zu den Tafeln.....	113
3.5.6.2	Beispiel 1: Eingespannte Kreisplatte unter Gleichlast	114
3.5.6.3	Beispiel 2: Zweifach gelagerte Kreisplatte...	114
3.5.6.4	Beispiel 3: Kreisringplatte mit Lagerung zwischen Innen- und Außenrand	115
3.5.6.5	Beispiel 4: Kreisplatte mit Teilflächenlast ...	116
3.5.6.6	Beispiel 5: Kreisplatte mit Auskrugung unter Gleichlast	117
3.5.6.7	Beispiel 6: Kreisplatte mit unterschiedlicher Dicke.....	118
3.5.6.8	Beispiel 7: Kreis- und Kreisringplatte mit unterschiedlicher Dicke.....	121
3.5.7	Der Satz von BETTI an der Kreisplatte	122
3.6	Einflußflächen für Platten	123
3.6.1	Allgemeines.....	123
3.6.2	Die Singularitätenmethode.....	125
3.6.2.1	Allgemeines.....	125
3.6.2.2	Die Singularität des Feldmoments m_x	125
3.6.2.3	Der reguläre Anteil des Feldmoments m_x	129
3.6.3	Ausgewählte Einflußflächen	129
3.6.3.1	Einflußfläche für ein Feldmoment	129
3.6.3.2	Einflußfläche für ein Einspannmoment.....	130
3.6.3.3	Einflußfläche für ein Drillmoment	131
3.6.3.4	Einflußfläche für eine Querkraft	132
3.6.3.5	Einflußflächen für die Schnittgrößen von Kreisplatten	133
3.6.4	Auswertung von Einflußflächen.....	133
3.6.4.1	Lastverteilung in Platten.....	133
3.6.4.2	Auswertungsformeln	134
3.6.4.3	Beispiel 1: Maximale Feldmomente infolge einer Einzellast.....	135
3.6.4.4	Beispiel 2: Minimales Stützmoment infolge einer wandernden Teilflächenlast.....	138
3.7	Orthogonale Mehrfeldplatten.....	139
3.7.1	Allgemeines.....	139
3.7.2	Das Belastungsumordnungsverfahren	140
3.7.2.1	Ermittlung der Feldmomente.....	141
3.7.2.2	Ermittlung der Stützmomente	143

3.7.3	Das Verfahren von PIEPER/MARTENS	144
3.7.3.1	Ermittlung der Feldmomente.....	145
3.7.3.2	Ermittlung der Stützmomente	146
3.8	Näherungslösungen der Scheiben- und der Plattengleichung (Übersicht)	147
3.8.1	Allgemeines.....	147
3.8.2	Analytische Näherungen	148
3.8.2.1	Der Ansatz erfüllt die Differentialgleichung	148
3.8.2.2	Der Ansatz befriedigt die Randbedingungen	150
3.8.3	Numerische Lösungen.....	151
3.8.3.1	Differenzenverfahren	151
3.8.3.2	Die Methode der finiten Elemente	154
3.8.3.3	Die Methode der Randelemente	155
4	Der Kreisring unter rotationssymmetrischer Belastung.....	157
4.1	Allgemeines	157
4.2	Lastfall Radialkraft R_s	158
4.3	Lastfall Kreppelmoment M_s	159
4.4	Lastfall beliebige rotationssymmetrische Belastung.....	161
4.5	Der Kreisring mit Rechteckquerschnitt.....	163
4.5.1	Lastfall R mit beliebigem Angriffspunkt	164
4.5.2	Lastfall M mit beliebigem Angriffspunkt.....	164
4.5.3	Lösungen für ausgewählte Angriffspunkte von R und M.....	164
4.6	Der Kreisring mit einfach symmetrischem Querschnitt.....	164
4.7	Der Kreisring mit unsymmetrischem Querschnitt	168
5	Rotationsschalen unter rotationssymmetrischer Belastung...	169
5.1	Allgemeines	169
5.1.1	Schalenformen.....	169
5.1.2	Spannungszustände in Schalen.....	170
5.2	Die Membrantheorie	172
5.2.1	Allgemeine Berechnung der Membrankräfte	172
5.2.2	Allgemeine Berechnung der Membranverformungen ...	174
5.2.3	Zylinderschalen	176
5.2.4	Kugel- und Kugelzonenschalen.....	179
5.2.4.1	Lastfall Eigengewicht der stehenden Kugelzonenschale	180
5.2.4.2	Lastfall Eigengewicht der stehenden Kugelschale	180
5.2.4.3	Lastfall Vertikallast am oberen Rand einer stehenden Kugelzonenschale.....	181

	5.2.4.4	Lastfall Schnee auf der stehenden Kugelschale	182
	5.2.4.5	Lastfall konstanter Innendruck in der Kugelschale	183
	5.2.4.6	Lastfall hydrostatischer Druck in der hängenden Kugelschale	183
5.2.5		Kegel- und Kegelstumpfschalen	185
	5.2.5.1	Lastfall Eigengewicht der stehenden Kegelstumpfschale	186
	5.2.5.2	Lastfall Eigengewicht der stehenden Kegelschale	187
	5.2.5.3	Lastfall Vertikallast am oberen Rand einer stehenden Kegelstumpfschale	187
	5.2.5.4	Lastfall Schnee auf der Kegelschale	188
	5.2.5.5	Lastfall konstanter Innendruck in der Kegelschale	188
	5.2.5.6	Lastfall hydrostatischer Druck in der hängenden Kegelschale	189
5.3		Die Biegetheorie	189
	5.3.1	Grundgleichungen	190
	5.3.1.1	Gleichgewichtsbedingungen	190
	5.3.1.2	Dehnungs-Verformungs-Beziehungen	192
	5.3.1.3	Verkrümmungs-Verformungs-Beziehungen	192
	5.3.1.4	Momenten-Verkrümmungs-Beziehungen	193
	5.3.2	Randstörungen der langen Zylinderschale	193
	5.3.2.1	Herleitung der Differentialgleichung	193
	5.3.2.2	Allgemeine Lösung der Differentialgleichung	196
	5.3.2.3	Lösung für Radialkraft R und Moment M am oberen Rand	198
	5.3.2.4	Lösung für Radialkraft R und Moment M am unteren Rand	200
	5.3.3	Randstörungen der kurzen Zylinderschale	201
	5.3.3.1	Allgemeine Lösung der Differentialgleichung	201
	5.3.3.2	Lösung für Radialkraft R und Moment M am oberen Rand	203
	5.3.3.3	Schnittgrößen	204
	5.3.3.4	Randverformungen	205
	5.3.4	Randstörungen der Kugelschale	207
	5.3.4.1	Herleitung der Differentialgleichungen	207
	5.3.4.2	Allgemeine Lösung der Differentialgleichungen für Randstörungen .	210

5.3.4.3	Lösung für Radialkraft R und Moment M am unteren Rand	212
5.3.4.4	Lösung für Radialkraft R und Moment M am oberen Rand.....	214
5.3.5	Randstörungen der Kegelschale	216
5.3.5.1	Herleitung der Differentialgleichungen.....	216
5.3.5.2	Lösung für Radialkraft R und Moment M am unteren Rand	219
5.3.5.3	Lösung für Radialkraft R und Moment M am oberen Rand.....	221
5.3.6	Randstörungen bei Rotationsschalen mit beliebiger Erzeugenden.....	222
5.3.7	Der Lastfall Temperatur bei Rotationsschalen	224
5.3.7.1	Temperaturbelastung der Schale	224
5.3.7.2	Beispiel für die Ermittlung der maßgebenden Temperaturbelastungen	225
5.3.7.3	Der Lastfall gleichmäßige Temperaturänderung T	226
5.3.7.4	Der Lastfall ungleichmäßige Temperatur ΔT	228
5.3.8	Der Lastfall Vorspannung bei Rotationsschalen	230
5.3.8.1	Spannverfahren für Schalen	230
5.3.8.2	Zylindervorspannung durch Wickeln (Bauzustand)	232
5.3.8.3	Zylindervorspannung mit Einzelspanngliedern	234
5.3.8.4	Einflußlinien für Schnittgrößen infolge radialer Linienlasten.....	235
5.4	Beispiele zusammengesetzter, rotationssymmetrischer Flächentragwerke.....	237
5.4.1	Kreisplatte auf zwei konzentrischen Zylindern	238
5.4.2	Zylindrischer Behälter mit doppelt gelagerter Kreisringplatte am oberen Rand.....	239
5.4.3	Zylindrischer Wasserbehälter mit Bodenplatte	240
5.4.4	Kurzer Zylinder mit Deckplatte auf schrägem Lager	241
5.4.5	Kurzer Zylinder mit zwei Kreisplatten unter Innendruck	243
5.4.6	Zylinder mit warmer Teilfüllung (Lastfall Temperatur)	245
5.4.7	Zylinder auf Torusschale.....	249
5.4.8	Kugelschale mit Fußring und Kreisringplatte	251
5.4.9	Kegelstumpfförmiger Behälter mit Kuppel und Bodenplatte	254
5.4.10	Zylindrischer Behälter mit Kugelboden und Kreisringscheibe.....	258

5.4.11	Zylindrischer Wasserbehälter mit kegelstumpfförmiger Haube und Zugring	259
6	Hilfstafeln	267
T. 1	Schnittkräfte und Randverformungen von Kreis- und Kreisringscheiben infolge konstanter Radiallast.....	267
T. 2	Zahlentafel zur Berechnung der Momente vierseitig gelagerter Rechteckplatten infolge Gleichlast ($\mu = 0$)	268
T. 3	Momentenbeiwerte nach PIEPER/MARTENS für vierseitig gelagerte Rechteckplatten	269
T. 4	Zahlentafel zur Berechnung der Biegemomente gelenkig gelagerter Rechteckplatten infolge eines sinusförmigen Randmoments	272
T. 5	Schnittgrößen von Kreisplatten mit rotationssymmetrischer Belastung	273
T. 6	Verformungen von Kreisplatten mit rotationssymmetrischer Belastung.....	274
T. 7	Schnittgrößen von Kreisringplatten mit rotationssymmetrischer Belastung	275
T. 8	Verformungen von Kreisringplatten mit rotationssymmetrischer Belastung	276
T. 9	Zahlentafeln für Kreisplatten mit rotationssymmetrischer Vertikallast ($\mu = 0,2$).....	277
T. 10	Zahlentafeln für am Innenrand gelagerte Kreisringplatten mit rotationssymmetrischer Vertikallast ($\mu = 0,2$).....	279
T. 11	Zahlentafeln für am Innenrand gelagerte Kreisringplatten mit Randmomenten ($\mu = 0,2$).....	281
T. 12	Zahlentafeln für am Außenrand gelagerte Kreisringplatten mit Vertikalbelastung ($\mu = 0,2$).....	283
T. 13	Zahlentafeln für am Außenrand gelagerte Kreisringplatten mit Randmomenten ($\mu = 0,2$).....	284
T. 14	Schnittgrößen und Verformungen des Kreistrings mit Rechteckquerschnitt infolge rotationssymmetrischer Belastung ..	286
T. 15	Schnittgrößen und Randverformungen von Zylinderschalen im Membranzustand.....	287
T. 16	Membrankräfte in Kugelschalen infolge ausgewählter Lastfälle..	288
T. 17	Membranverformungen von Kugelschalen konstanter Wandstärke infolge ausgewählter Lastfälle	289
T. 18	Membrankräfte in Kegelschalen infolge ausgewählter Lastfälle ..	290
T. 19	Membranverformungen von Kegelschalen konstanter Wandstärke infolge ausgewählter Lastfälle	291
T. 20	Tafel der Funktionen η , η' , η'' und η'''	292

T. 21	Schnittgrößen und Randverformungen langer Zylinderschalen ($\lambda \ell \geq 4$) infolge rotationssymmetrischer Randlasten R und M	293
T. 22	Tafel der Funktionen F_1 bis F_4 für kurze Zylinder	294
T. 23	Hilfswerte zur Berechnung der Randverformungen und Integrationskonstanten kurzer Zylinderschalen ($\lambda \ell \leq 4$)	295
T. 24	Randverformungen kurzer Zylinderschalen ($\lambda \ell \leq 4$) infolge rotationssymmetrischer Randlasten R und M	296
T. 25	Schnittgrößen und Randverformungen von Kugel- und Kugelzonenschalen infolge rotationssymmetrischer Randlasten R und M	297
T. 26	Schnittgrößen und Randverformungen von Kegel- und Kegelzonenschalen infolge rotationssymmetrischer Randlasten R und M	299
7	Programm Flächentragwerke (CD-ROM).....	301
7.1	Allgemeines	301
7.2	Anwendungsbereich.....	302
7.2.1	Rechteckplatten	302
7.2.2	Kreisplatten	303
7.2.3	Rotationsschalen	304
7.3	Anwendung.....	305
7.3.1	Rechteckplatten	305
7.3.2	Kreis- und Kreisringplatten.....	305
7.3.3	Rotationsschalen	306
	Literatur	307
	Sachverzeichnis	311