

Inhalt

	Vorwort	5
	Grundlagen	15
1.1	Die Zahlen	15
1.2	Arithmetische Grundoperationen	16
1.3	Rechenregeln	16
1.3.1	Reihenfolge der Operanden	16
1.3.2	Vorzeichen	17
1.3.3	Reihenfolge der Operationen	17
1.3.4	Addition und Subtraktion von Klammerausdrücken	18
1.3.5	Multiplikation von Klammerausdrücken	18
1.4	Bruchrechnen	19
1.4.1	Begriffe	19
1.4.2	Addition von Brüchen; das kleinste gemeinsame Vielfache	19
1.4.3	Kürzen	21
1.4.4	Multiplikation von Brüchen	21
1.4.5	Division von Brüchen	22
1.4.6	Umwandlung von Dezimalbrüchen in Brüche	22
1.5	Potenzen und Wurzeln	23
1.5.1	Potenzen	23
1.5.2	Quadratische binomische Ausdrücke	24
1.5.3	Höhere Potenzen binomischer Ausdrücke	24
1.5.4	Wurzeln	26
1.6	Logarithmen	27
1.6.1	Begriff	27
1.6.2	Rechenregeln	27
1.6.3	Wechsel der Basis	27
1.6.4	Die Bedeutung der Logarithmen	28
1.7	Zahlensysteme	30
1.7.1	Unser Dezimalsystem	30
1.7.2	TI-30X Pro	31
1.7.3	Darstellung von Zahlen in Computern	32
1.8	Übungsaufgaben	34
1.8.1	Zu Abschnitt 1.3	34
1.8.2	Zu Abschnitt 1.4	35

1.8.3	Zu Abschnitt 1.5	36
1.8.4	Zu Abschnitt 1.6	38
2	Gleichungen	39
2.1	Begriffe	39
2.2	Das Umformen von Gleichungen	40
2.2.1	Begriff	40
2.2.2	Äquivalenzumformungen	40
2.2.3	Nichtäquivalente Umformungen	40
2.3	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	41
2.3.1	Lösungsverfahren	41
2.3.2	Angewandte Aufgaben	41
2.4	Systeme linearer Gleichungen mit mehreren Unbekannten	42
2.4.1	Grundlagen	42
2.4.2	Lösung durch Substitution	43
2.4.3	Lösung mit Matrizenrechnung	43
2.4.4	Lösung eines Gleichungssystems mit der Determinantenmethode	45
2.4.5	Praxisbeispiel	47
2.5	Quadratische Gleichungen	49
2.5.1	Allgemeine Lösungsformel	49
2.5.2	Der Satz von Vieta	50
2.6	Nichtlineare Gleichungssysteme mit 2 Unbekannten	51
2.6.1	Lösungsverfahren	51
2.6.2	Anwendungsbeispiel: elastischer Stoß	52
2.6.3	Anwendungsbeispiel: Koordinatenbestimmung	53
2.7	Wurzelgleichungen	54
2.8	Exponentialgleichungen	57
2.8.1	Lösungsmethodik	57
2.9	Das numerische Lösen von Gleichungen mit dem TI-30X Pro	59
2.9.1	Algebraische Gleichungen höheren Grades	59
2.9.2	„Unlösbare“ Gleichungen	59
2.10	Zins- und Investitionsrechnung	62
2.10.1	Zinsrechnung	62
2.10.2	Investitionsrechnung	62
2.11	Ungleichungen	65
2.11.1	Definition	65
2.11.2	Das Lösen von Ungleichungen	66
2.11.3	Lineare Ungleichungen	66
2.11.4	Nichtlineare Ungleichungen	67
2.12	Übungsaufgaben	70
2.12.1	Zu Abschnitt 2.2	70
2.12.2	Zu Abschnitt 2.3	70
2.12.3	Zu Abschnitt 2.4	74
2.12.4	Zu Abschnitt 2.5	77

2.12.5	Zu Abschnitt 2.6	79
2.12.6	Zu Abschnitt 2.7	79
2.12.7	Zu Abschnitt 2.8	80
2.12.8	Zu Abschnitt 2.9	80
2.12.9	Zu Abschnitt 2.10	81

3 Trigonometrie 82

3.1	Winkel	82
3.2	Die Winkelfunktionen	83
3.2.1	Definition am rechtwinkligen Dreieck	83
3.2.2	Umrechnungen, Darstellung am Einheitskreis	84
3.2.3	TI-30X Pro	86
3.3	Berechnungen am Dreieck	87
3.3.1	Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck	87
3.3.2	Dreiecksfläche	87
3.3.3	Der Sinussatz	88
3.3.4	Der Kosinussatz	89
3.4	Weitere Formeln	89
3.4.1	Additionstheoreme	89
3.4.2	Winkelfunktionen für doppelte und halbe Winkel	90
3.4.3	Halbwinkelformeln aus den Dreiecksseiten	91
3.4.4	Kosinusfunktion aus den Dreiecksseiten	92
3.5	Das Lösen goniometrischer Gleichungen	92
3.6	Anwendungen	99
3.6.1	Klassische Vermessungsaufgaben	99
3.6.2	Vermessung beim Tunnelbau	102
3.6.3	Schallmessortung	103
3.7	Anhang: Flächenberechnung bei Polygonen (Vielecken)	106
3.8	Übungsaufgaben	107
3.8.1	Zu Abschnitt 3.2	107
3.8.2	Zu Abschnitt 3.3	108
3.8.3	Zu Abschnitt 3.4.1	109
3.8.4	Zu Abschnitt 3.5	109

4 Funktionen 110

4.1	Der Funktionsbegriff	110
4.2	Lineare Funktionen	111
4.2.1	Ganzrationale Funktionen: Begriff und allgemeine Eigenschaften	111
4.2.2	Eigenschaften linearer Funktionen	111
4.2.3	Anwendungsbeispiel: Schnittpunkt	114
4.2.4	Graphische Darstellung linearer Gleichungssysteme	115
4.2.5	Lineare Ungleichungen in 2 Variablen	116
4.2.6	Systeme linearer Ungleichungen in 2 Variablen	117
4.2.7	Lineare Optimierung	118

4.3	Quadratische Funktionen	121
4.3.1	Funktionsgleichung	121
4.3.2	Graphische Darstellung quadratischer Funktionen	121
4.3.3	Nullstellen: Darstellung mit Linearfaktoren	121
4.3.4	Scheitelpunkt	122
4.3.5	Zusammenfassung	123
4.3.6	Geometrische Eigenschaften	123
4.4	Ganzrationale Funktionen höheren Grades	125
4.4.1	Allgemeine Eigenschaften	125
4.4.2	Symmetrien	126
4.4.3	Nullstellen	126
4.5	Anwendung ganzrationaler Funktionen	128
4.5.1	Bewegungen	128
4.5.2	Behältervolumen	129
4.5.3	Parabolspiegel, Parabolantenne	130
4.5.4	Wurfparabel (schiefer Wurf ohne Luftwiderstand)	131
4.5.5	Marktdiagramm	132
4.6	Gebrochenrationale Funktionen	135
4.6.1	Begriff und allgemeine Eigenschaften	135
4.6.2	Asymptoten	135
4.6.3	Beispiele aus der Physik	137
4.7	Potenz- und Wurzelfunktionen	139
4.7.1	Potenzfunktionen	139
4.7.2	Wurzelfunktionen	139
4.7.3	Beispiele	140
4.8	Exponentialfunktionen	143
4.8.1	Allgemeine Eigenschaften	143
4.8.2	Beispiele	144
4.9	Logarithmusfunktionen	148
4.10	Trigonometrische Funktionen	149
4.10.1	Periodizität	149
4.10.2	Funktionen mit Parametern	150
4.10.3	Schwingungen in der Technik	151
4.11	Umkehrfunktionen	153
4.11.1	Begriff	153
4.11.2	Bestimmung der Umkehrfunktion	153
4.11.3	Einige Funktionen und ihre Umkehrungen	154
4.11.4	Temperaturskala	155
4.12	Übungsaufgaben	156
4.12.1	Zu Abschnitt 4.2	156
4.12.2	Zu Abschnitt 4.3	158
4.12.3	Zu Abschnitt 4.11.4	160

5	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	161
5.1	Einführung	161
5.2	Zufall und Wahrscheinlichkeit	162
5.3	Einfache Kombinatorik	168
5.4	Binomialverteilung	170
5.4.1	Grundlagen	170
5.4.2	Anwendungsbeispiel: Qualitätskontrolle	172
5.4.3	Verallgemeinerung: Multinomiale Verteilung	175
5.5	Beschreibung einer statistischen Gesamtheit	175
5.5.1	Streuung	175
5.5.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	178
5.5.3	Mittelwert und Standardabweichung	180
5.5.4	Beschreibung einer Gesamtheit von Daten mit Kenngrößen	181
5.6	Die Normalverteilung	183
5.6.1	Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	189
5.7	Messdatenauswertung, Datenanalyse	191
5.7.1	Resultatangabe und Vertrauensintervall	191
5.7.2	Ausgleichsrechnung	193
5.7.3	Ausgleichsrechnung mit Excel	198
5.7.4	Einfache Tabellenkalkulation mit dem TI-30X Pro	200
5.8	Statistische Entscheidungsfindung	202
5.8.1	Statistisches Testen	202
5.8.2	Prozessbeherrschung	204
5.9	Manipulation durch Statistik	206
5.10	Elektronische Hilfsmittel	207
5.11	Übungsaufgaben	208
5.11.1	Zu Abschnitt 5.4	208
5.11.2	Zu Abschnitt 5.5	209
5.11.3	Zu Abschnitt 5.6	209
5.11.4	Zu Abschnitt 5.7	210
5.11.5	Zu Abschnitt 5.8	212
6	Komplexe Zahlen	214
6.1	Definition und Grundbegriffe	214
6.1.1	Definition	214
6.1.2	Die Gauß'sche Zahlenebene	215
6.1.3	Komplexe Konjugation	215
6.1.4	Betrag	215
6.1.5	Argument	215
6.2	Darstellungsformen	216
6.2.1	Algebraische Form	216
6.2.2	Trigonometrische Form	216
6.2.3	Umrechnungen	216

6.3	Die vier Grundrechenarten	217
6.3.1	Addition und Subtraktion	217
6.3.2	Multiplikation und Division	217
6.3.3	Multiplikation und Division in trigonometrischer Darstellung	218
6.3.4	Komplexe Arithmetik mit dem TI-30X Pro	218
6.4	Höhere Rechenarten	219
6.4.1	Potenzen	219
6.4.2	Wurzeln	219
6.4.3	Exponentialfunktion	221
6.5	Der Fundamentalsatz der Algebra	223
6.6	Die Lösungsformel der kubischen Gleichung	223
6.7	Ausblick: Komplexe Rechnung	225
6.8	Anwendung: Wechselstromrechnung (Kurzer Abriss)	226
6.8.1	Einführung	226
6.8.2	Zerlegung einer Wechselspannung mit Nullphasenwinkel	226
6.8.3	Überlagerung von Wechselspannungen	227
6.8.4	Komplexe Widerstände (Impedanzen)	228
6.8.5	Praxisbeispiel: RC-Filter	232

7 Folgen und Reihen 235

7.1	Begriffe und Definitionen	235
7.1.1	Folgen	235
7.1.2	Reihen	238
7.2	Arithmetische Folgen und Reihen	240
7.2.1	Arithmetische Folgen	240
7.2.2	Arithmetische Reihen	240
7.3	Geometrische Folgen und Reihen	241
7.3.1	Geometrische Folgen	241
7.3.2	Geometrische Reihen	241
7.3.3	Unendliche geometrische Reihen	242
7.4	Potenzreihen bekannter Funktionen	243
7.5	Übungsaufgaben	246
7.5.1	Zu Abschnitt 7.1	246
7.5.2	Zu Abschnitt 7.2	246
7.5.3	Zu Abschnitt 7.3	247

8 Differenzialrechnung 248

8.1	Grundlagen	248
8.1.1	Grenzwerte von Zahlenfolgen	248
8.1.2	Grenzwerte von Funktionen	249
8.1.3	Stetigkeit	251
8.2	Die Ableitung	251
8.2.1	Der Differenzialquotient	251
8.2.2	Wichtige Ableitungsregeln	252

8.2.3	Die Ableitung ganzrationaler Funktionen	254
8.2.4	Die Ableitungsfunktion	254
8.3	Die Bedeutung der 1. bis 3. Ableitung	255
8.3.1	Maxima	255
8.3.2	Minima	256
8.3.3	Krümmung	256
8.3.4	Wendepunkte	257
8.3.5	Beispiel	257
8.4	Weitere Ableitungsregeln	258
8.4.1	Produktregel	258
8.4.2	Quotientenregel	258
8.4.3	Kettenregel	259
8.4.4	Die Ableitung der trigonometrischen Funktionen	260
8.4.5	Die Ableitung von Exponentialfunktionen	261
8.4.6	Die Ableitung der Umkehrfunktion: zyklometrische und Logarithmusfunktionen	261
8.4.7	Zusammenfassung (Formelsammlung)	263
8.5	Funktionen mit mehreren Variablen	264
8.6	GeoGebra	265
8.7	Anwendungen	265
8.7.1	Kurvendiskussion	265
8.7.2	Extremwertprobleme	266
8.7.3	Numerische Lösung von Extremwertproblemen mit Excel	267
8.7.4	Einige Extremalprinzipien aus der Physik	268
8.7.5	Ausgleichsrechnung: Beispiel Lineare Regression	271
8.7.6	Maschinenbau: Wechselkräfte in einer Kolbenmaschine	271
8.7.7	Das Newton-Verfahren zur numerischen Auflösung von Gleichungen	275
8.7.8	Vereinfachung des Newton-Verfahrens: Regula falsi	279
8.7.9	Bestimmung aller Lösungen einer algebraischen Gleichung ...	280
8.7.10	Parameterbestimmung in der Physik: Gas-Zustandsgleichung	281
8.7.11	Fehlerfortpflanzung	283
8.7.12	Unsicherheitsabschätzung	284
8.8	Übungsaufgaben	287
8.8.1	Zu Abschnitt 8.1	287
8.8.2	Zu Abschnitt 8.2	287
8.8.3	Zu Abschnitt 8.3	288
8.8.4	Zu Abschnitt 8.4	288
8.8.5	Zu Abschnitt 8.6.2	289

9

Integralrechnung 294

9.1	Das bestimmte Integral	294
9.1.1	Begriffe und Grundlagen	294
9.1.2	Berechnung bestimmter Integrale	295
9.2	Die Stammfunktion und ihre Ableitung	296

9.3	Das unbestimmte Integral	297
9.4	Integrationsregeln	298
9.4.1	Integrationsregeln aus Ableitungsregeln	298
9.4.2	Logarithmische Ableitung	299
9.4.3	Partielle Integration	299
9.4.4	Integration durch Substitution	300
9.5	Numerische Integration	300
9.5.1	Integration durch Approximation	300
9.5.2	Trapez-Integration	301
9.5.3	Romberg-Integration	302
9.6	GeoGebra	302
9.7	Anwendungen	304
9.7.1	Mittelwert einer Funktion in einem Intervall	304
9.7.2	Flächenschwerpunkt	306
9.7.3	Bogenlänge	309
9.7.4	Linienschwerpunkt	310
9.7.5	Flächen- und Trägheitsmomente	312
9.7.6	Arbeit/Energie bei ortsabhängiger Kraft	313
9.7.7	Das RC-Glied	315
9.7.8	Leistung des Wechselstroms	316
9.7.9	Frequenzanalyse (Fourier-Analyse, harmonische Analyse)	319
9.7.10	Seilreibung	322
9.7.11	Abkühlung	323
9.7.12	Barometrische Höhenformel	326
9.7.13	Berechnung des Integrals einer punktweise gegebenen Funktion	326
9.7.14	Bewegungsprobleme in der Physik	327
	Literaturverzeichnis	329
	Sachwortverzeichnis	331