

Inhalt

1	Mathematische Logik	21
2	Arithmetik	33
3	Algebra (Gleichungen)	82
4	Elementare (klassische) Geometrie	114
5	Lineare Algebra	152
6	Vektoren, Koordinaten, Abbildungen	198
7	Analytische Geometrie	231
8	Funktionen	296
9	Differenzialrechnung	369
10	Integralrechnung	409
11	Vektoranalysis	447
12	Differenzialgleichungen	467
13	Reihen, Fourier- und Laplace-Transformation	517
14	Stochastik	559
15	Integraltabellen	615
A	Anhang	657
S	Sachwortverzeichnis	665

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische Logik	21
1.1	Aussagenlogik	21
1.1.1	Allgemeines	21
1.1.2	Ein- und zweistellige (binäre) BOOLEsche Funktionen	22
1.1.3	BOOLE-Verband, BOOLEsche Algebra	25
1.1.4	Normalformen	26
1.1.5	KARNAUGH-Tafel	28
1.2	Prädikatenlogik	29
1.3	Unscharfe Mengen	31
2	Arithmetik	33
2.1	Mengen	33
2.1.1	Allgemeines	33
2.1.2	Mengenrelationen	35
2.1.3	Mengenoperationen	35
2.1.4	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln bei Mengen	36
2.1.5	Relationen	37
2.1.6	Intervalle	39
2.1.7	Polyadische Zahlensysteme	40
2.1.8	Römisches Zahlensystem (Additionssystem)	42
2.2	Menge der reellen Zahlen	43
2.2.1	Allgemeines	43
2.2.2	Grundoperationen	45
2.2.2.1	Die vier Grundrechenarten	45
2.2.2.2	Proportionen, Verhältnisgleichungen	48
2.2.2.3	Prozentrechnung	49
2.2.2.4	Zinsrechnung	50
2.2.2.5	Näherung	51
2.2.2.6	Betrag, Signum	51
2.2.2.7	Summen- und Produktzeichen	52
2.2.3	Potenzen, Wurzeln	54
2.2.4	Logarithmen	56
2.2.4.1	Allgemeines	56
2.2.4.2	Logarithmengesetze	56
2.2.4.3	Logarithmensysteme	56
2.2.5	Binomischer Lehrsatz	58
2.3	Menge der komplexen Zahlen	60
2.3.1	Allgemeines	60

2.3.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	62
2.3.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	63
2.3.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	64
2.3.5	Natürliche Logarithmen von komplexen Zahlen.	66
2.4	Kombinatorik	67
2.4.1	Permutationen (Umordnungen)	68
2.4.2	Variationen	69
2.4.3	Kombinationen	70
2.5	Folgen	71
2.5.1	Allgemeines	71
2.5.2	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge.	72
2.5.3	Arithmetische und geometrische Folgen.	75
2.5.4	Sprunghaftes Wachstum, Zinseszinsrechnung	78
2.5.4.1	Zinseszinsrechnung	79
2.5.4.2	Rentenrechnung	80
2.5.4.3	Tilgung einer Schuld, Annuität	80
3	Algebra (Gleichungen).	82
3.1	Gleichungen und Ungleichungen	82
3.1.1	Algebraische Strukturen	82
3.1.2	(Un)Gleichungen, Allgemeines	83
3.2	Lineare algebraische Gleichungen	85
3.2.1	Lineare (Un)Gleichungen mit einer Variablen.	85
3.2.2	(Un)Gleichungen mit mehreren Variablen.	87
3.3	Nichtlineare Gleichungen	90
3.3.1	Nichtlineare algebraische Gleichungen	90
3.3.1.1	Quadratische (Un)Gleichungen mit einer Variablen.	90
3.3.1.2	Quadratisches Gleichungssystem mit zwei Variablen	91
3.3.1.3	Kubische Gleichungen mit einer Variablen	92
3.3.1.4	Gleichungen 4. Grades	94
3.3.1.5	Symmetrische Gleichungen	94
3.3.1.6	Algebraische Gleichungen n -ten Grades	95
3.3.1.7	HORNERsches Schema (HORNER-Schema)	96
3.3.1.8	Numerisches Verfahren von MÜLLER	98
3.3.1.9	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	99
3.3.2	Transzendente Gleichungen.	100
3.3.2.1	Exponentialgleichungen	100
3.3.2.2	Logarithmische Gleichungen	101
3.3.2.3	Goniometrische Gleichungen	102
3.3.2.4	Betrags(un)gleichungen.	103
3.4	Numerische Verfahren für nichtlineare Gleichungen	103
3.4.1	Fixpunktiteration	103
3.4.2	NEWTONsches (Tangenten-) Näherungsverfahren	105

3.4.3	Regula falsi	106
3.4.4	Einschlussverfahren.	107
3.5	Nichtlineare Gleichungssysteme	109
3.5.1	Allgemeines.	109
3.5.2	Verfahren der sukzessiven Approximation	110
3.5.3	Quadratisch konvergentes NEWTON-Verfahren	111
3.6	Graphische Lösung von Gleichungen.	112
4	Elementare (klassische) Geometrie	114
4.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	114
4.1.1	Winkel	114
4.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz, Symmetrie	116
4.1.3	Dreieck	119
4.1.3.1	Schiefwinkliges Dreieck	119
4.1.3.2	Gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	124
4.1.3.3	Rechtwinkliges Dreieck.	125
4.1.4	Vierecke.	126
4.1.4.1	Trapez.	127
4.1.4.2	Parallelogramme	127
4.1.4.3	Unregelmäßige Vierecke mit Umkreis bzw. Inkreis	128
4.1.5	Vielecke.	129
4.1.5.1	Einfache, ebene n -Ecke	129
4.1.5.2	Regelmäßige Vielecke	129
4.1.5.3	Einige bestimmte regelmäßige Vielecke	130
4.1.5.4	Konstruktion der einfachen regelmäßigen Vielecke	131
4.1.6	Kreis.	132
4.1.6.1	Sätze.	132
4.1.6.2	Kreisberechnungen	133
4.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	134
4.2.1	Allgemeines.	134
4.2.2	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	136
4.2.2.1	Prismatische Körper	136
4.2.2.2	Pyramide, Pyramidenstumpf	137
4.2.2.3	Prismoide	138
4.2.2.4	Die fünf regelmäßigen Polyeder (PLATONische Körper)	138
4.2.3	Krummflächig begrenzte Körper	140
4.2.3.1	Zylinder, Zylinderabschnitt	140
4.2.3.2	Kegel, Kegelsumpf.	141
4.2.3.3	Kugel	142
4.2.3.4	Tonne, Torus	143
4.2.3.5	Fraktale Geometrie	144
4.3	Sphärische Trigonometrie	145

4.3.1	Allgemeines	145
4.3.2	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	146
4.3.3	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	147
4.3.4	Grundaufgaben zur Berechnung sphärischer Dreiecke	149
4.3.5	Mathematische Geographie	150
5	Lineare Algebra	152
5.1	Matrizen	152
5.1.1	Matrizenarten, Definitionen.	152
5.1.1.1	Allgemeines	152
5.1.1.2	Quadratische Matrizen	153
5.1.1.3	Inverse Matrix, Inverse, (Um-) Kehrmatrix A^{-1}	156
5.1.1.4	Spezielle quadratische Matrizen	156
5.1.1.5	Determinante einer quadratischen Matrix	159
5.1.1.6	Rang einer Matrix.	159
5.1.1.7	Matrizennormen.	160
5.1.1.8	Grenzwert, Differenzialquotient, Integral einer Matrix.	161
5.1.2	Matrizengesetze	161
5.1.2.1	Gleichheit und Summe zweier Matrizen	161
5.1.2.2	Multiplikation von Matrizen	162
5.1.3	Matrizengleichungen	164
5.1.4	Eigenwerte, Eigenvektoren quadratischer Matrizen	164
5.1.5	Numerische Verfahren	167
5.1.5.1	HOUSEHOLDER-Orthogonalisierung (-Transformation)	167
5.1.5.2	QR-Zerlegung	168
5.1.5.3	Vektoriteration	169
5.2	Determinanten	170
5.2.1	Berechnung von Determinanten	170
5.2.2	Rechenregeln für Determinanten	172
5.2.3	Praktische Berechnung einer Determinante.	173
5.3	Lineare Gleichungssysteme.	174
5.3.1	Allgemeines	174
5.3.2	Lösbarkeitskriterien für lineare Gleichungssysteme	174
5.3.3	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	176
5.3.3.1	Einfacher und verketteter GAUSSscher Algorithmus	177
5.3.3.2	GAUSSscher Algorithmus für Systeme mit gleicher Matrix $A_{n,n}$ und m rechten Seiten	180
5.3.3.3	GAUSS-JORDAN-Verfahren zur Matrixinversion A^{-1}	181
5.3.3.4	GAUSSscher Algorithmus für symmetrische positiv definite Koeffizientenmatrix, CHOLSKY-Verfahren.	182
5.3.3.5	GAUSS-SEIDELsches Iterationsverfahren	184
5.3.3.6	Austauschverfahren zur Matrixinversion A^{-1}	186
5.3.4	CRAMERSche Regel	189

5.3.5	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme.	190
5.4	Lineare Optimierung	191
5.4.1	Allgemeines.	191
5.4.2	Graphische Lösung für zwei Variable	193
5.4.3	Simplexalgorithmus.	194
6	Vektoren, Koordinaten, Abbildungen	198
6.1	Vektoren, Allgemeines	198
6.1.1	Vektorraum, affiner Raum	198
6.1.2	Vektoren, Grundlagen	200
6.2	Vektoralgebra.	205
6.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	205
6.2.2	Multiplikation von Vektoren	206
6.2.2.1	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar.	206
6.2.2.2	Skalarprodukt (inneres Produkt, Punktprodukt)	207
6.2.2.3	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt).	208
6.2.2.4	Mehrfache Produkte von Vektoren	209
6.3	Koordinatensysteme	211
6.3.1	Allgemeines.	211
6.3.2	Ebene (2D-) Koordinatensysteme.	211
6.3.3	Räumliche (3D-) Koordinatensysteme	212
6.4	Abbildungen	214
6.4.1	Lineare Abbildungen	214
6.4.2	Affine Abbildungen.	217
6.4.2.1	Allgemeines.	217
6.4.2.2	Allgemeine, nicht winkeltreue affine Abbildung.	221
6.4.2.3	Ähnlichkeitsabbildungen	223
6.4.2.4	Kongruenzabbildungen	224
6.5	Koordinatentransformation	227
6.5.1	Orthogonale Koordinatentransformation in der Ebene	227
6.5.2	Orthogonale Koordinatentransformation im Raum.	228
7	Analytische Geometrie	231
7.1	Punkte, Kurven 1. Ordnung.	231
7.1.1	Punkte.	231
7.1.2	Gerade, Strahl, Strecke,	232
7.1.2.1	Punktmengen, Teilung einer Strecke	232
7.1.2.2	Gleichungen einer Geraden in der (x, y) -Ebene	233
7.1.2.3	Gleichungen einer Geraden im Raum.	236
7.1.2.4	Abstand eines Punktes von einer Geraden	238
7.1.3	Mehrere Geraden	239
7.1.3.1	Schnittpunkt zweier Geraden	239
7.1.3.2	Schnittwinkel zweier Geraden	241

7.1.3.3	Abstand zweier Geraden	243
7.1.3.4	Drei und mehr Geraden	244
7.2	Ebenen	244
7.2.1	Eine Ebene	245
7.2.1.1	Gleichungen einer Ebene im Raum	245
7.2.1.2	Richtungskosinus der Normalen einer Ebene	249
7.2.1.3	Abstand eines Punktes P_1 von einer Ebene	249
7.2.1.4	Durchstoßpunkt D einer Geraden durch eine Ebene	250
7.2.1.5	Winkel φ zwischen einer Geraden und einer Ebene	251
7.2.2	Zwei Ebenen	252
7.2.3	Drei und mehr Ebenen	253
7.2.4	Flächeninhalt, Schwerpunkt, Volumen	253
7.3	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	254
7.3.1	Allgemeines	254
7.3.2	Der Kreis	256
7.3.2.1	Gleichungen des Kreises	256
7.3.2.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einem Kreis	258
7.3.2.3	Tangente und Normale eines Kreises	259
7.3.2.4	Polare eines Punktes in Bezug auf einen Kreis	259
7.3.2.5	Potenz p in Bezug auf einen Kreis	260
7.3.2.6	Kreisbüschel	261
7.3.3	Die Ellipse	261
7.3.3.1	Gleichungen der Ellipse	261
7.3.3.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ellipse	263
7.3.3.3	Tangente, Normale und Durchmesser einer Ellipse	263
7.3.3.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Ellipse	264
7.3.3.5	Krümmung einer Ellipse	265
7.3.3.6	Haupt- und Nebenkreis einer Ellipse	265
7.3.3.7	Flächeninhalt, Umfang, Ellipsensegment, Ellipsensektor	266
7.3.3.8	Ellipsenkonstruktionen	266
7.3.4	Die Parabel	268
7.3.4.1	Gleichungen der Parabel	268
7.3.4.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Parabel	270
7.3.4.3	Tangente und Normale einer Parabel	270
7.3.4.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Parabel	271
7.3.4.5	Krümmung einer Parabel	271
7.3.4.6	Parabelsegment, Parabelbogen, Brennstrahllänge	272
7.3.4.7	Parabelkonstruktionen	272
7.3.5	Die Hyperbel	274
7.3.5.1	Gleichungen der Hyperbel	274
7.3.5.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Hyperbel	276
7.3.5.3	Tangente und Normale einer Hyperbel	277

7.3.5.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Hyperbel . . .	278
7.3.5.5	Krümmung einer Hyperbel	279
7.3.5.6	Hyperbelsegment und Hyperbelsektor	279
7.3.5.7	Hyperbelkonstruktionen	280
7.4	Flächen 2. Ordnung.	281
7.4.1	Allgemeines.	281
7.4.2	Kugel	282
7.4.3	Ellipsoid.	283
7.4.4	Hyperboloid.	284
7.4.5	Kegel	286
7.4.6	Zylinder	287
7.4.7	Paraboloid.	288
7.5	Hauptachsentransformation.	289
8	Funktionen	296
8.1	Allgemeines	296
8.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	296
8.1.2	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen . .	299
8.2	Rationale Operationen mit Funktionen	301
8.3	Grenzwerte, Unbestimmte Ausdrücke	302
8.3.1	Grenzwert einer Funktion.	302
8.3.2	Unbestimmte Ausdrücke	304
8.4	Eigenschaften reeller Funktionen	306
8.4.1	Ausgewählte Eigenschaften von Funktionen	306
8.4.2	Nullstellen einer Funktion	308
8.4.3	Stetigkeit einer Funktion	308
8.5	Rationale Funktionen	310
8.5.1	Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen). . . .	310
8.5.1.1	Ganzrationale Funktion 1. Grades	311
8.5.1.2	Ganzrationale Funktion 2. Grades	311
8.5.1.3	Ganzrationale Funktion 3. Grades	311
8.5.2.	Zerlegung von Funktionen in Linearfaktoren.	312
8.5.3	Interpolation.	312
8.5.3.1	Allgemeines.	312
8.5.3.2	Interpolationsformel von LAGRANGE.	313
8.5.3.3	Interpolationsformel von NEWTON	314
8.5.3.4	Interpolationsformel von GREGORY-NEWTON	315
8.5.3.5	Interpolation durch kubische Polynomsplines	317
8.5.3.6	BEZIER-Splines	319
8.5.4	Gebrochenrationale Funktion	320
8.5.5	Potenzfunktion	321
8.5.6	Sonstige (elementare) Funktionen	322

8.6	Nichtrationale Funktionen	324
8.6.1	Wurzelfunktion	324
8.6.2	Exponentialfunktion	325
8.6.3	Logarithmische Funktion	326
8.6.4	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen.	327
8.6.4.1	Allgemeines.	327
8.6.4.2	Goniometrische Beziehungen.	331
8.6.4.3	Allgemeine Sinusfunktion (harmonische Funktion)	335
8.6.4.4	Modulation	336
8.6.4.5	Überlagerung (Superposition) von Schwingungen	338
8.6.4.6	Multiplikation von Funktionen	340
8.6.4.7	Komplexe Zeigerdarstellung von Sinusgrößen	340
8.6.5	Zyklometrische Funktionen, Arkusfunktionen	342
8.6.6	Hyperbelfunktionen.	345
8.6.7	Areafunktionen	350
8.7	Algebraische Kurven höherer Ordnung.	352
8.7.1	Kurven 3. Ordnung	352
8.7.2	Kurven 4. Ordnung	353
8.8	Zykloiden (Rollkurven).	355
8.8.1	Gewöhnliche (gespitzte) Zykloide	355
8.8.2	Epizykloiden	356
8.8.3	Hypozykloiden	358
8.9	Spirallinien	359
8.9.1	Logarithmische Spirale	359
8.9.2	Archimedische Spirale	360
8.9.3	Hyperbolische Spirale.	360
8.10	Sonstige Kurven.	361
8.10.1	Kettenlinie	361
8.10.2	Traktrix (Schleppkurve)	361
8.11	Komplexe Funktionen.	362
8.11.1	Allgemeines.	362
8.11.2	Konforme Abbildungen.	363
8.11.2.1	Lineare und quadratische konforme Abbildungen	363
8.11.2.2	Inversion (Stürzung)	365
8.12	Kurvendiskussion	368
9	Differenzialrechnung	369
9.1	Funktionen einer Variablen.	369
9.1.1	Allgemeines.	369
9.1.2	Erste Ableitungen der elementaren Funktionen	371
9.1.3	Differenziationsregeln, Ableitungsregeln.	372
9.1.3.1	Grundregeln.	372

9.1.3.2	Höhere Ableitungen und Differenziale	373
9.1.3.3	Differenziation impliziter Funktionen $F(x, y) = 0$. . .	375
9.1.3.4	Differenziation von Funktionen in Parameterform . . .	375
9.1.3.5	Differenziation von Funktionen in Polarkoordinaten . .	376
9.1.4	Graphische Differenziation	377
9.1.5	Numerische Differenziation	377
9.1.6	Logarithmische Differenziation	378
9.1.7	Mittelwertsätze	378
9.2	Funktionen mehrerer Variablen	379
9.2.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung	379
9.2.2	Höhere partielle Ableitungen	380
9.2.3	Totale Ableitungen für 2 unabhängige Variable	381
9.3	Anwendungen, Differenzialgeometrie	383
9.3.1	Ebene Kurven, eine unabhängige Variable	383
9.3.1.1	Bogenelement, Differenzial der Bogenlänge	383
9.3.1.2	Tangente und Normale	383
9.3.1.3	Zwei Kurven	385
9.3.1.4	Monotonie und Krümmungsverhalten einer Funktion .	385
9.3.1.5	Lokale Extrema von Funktionen	389
9.3.1.6	Besondere Punkte einer Kurve	392
9.3.1.7	Asymptoten	394
9.3.1.8	Einhüllende Kurven (Envelope)	395
9.3.2	Raumkurven, zwei unabhängige Variable	395
9.3.2.1	Darstellungen in kartesischen Koordinaten	395
9.3.2.2	Bogenelement einer Raumkurve	395
9.3.2.3	Tangente und Normale	396
9.3.2.4	Krümmung einer Raumkurve	400
9.3.2.5	Windung (Torsion)	401
9.3.2.6	Extremstellen von Funktionen mit mehreren Variablen	403
9.3.3	Krummlinige Koordinaten	404
10	Integralrechnung	409
10.1	Allgemeines	409
10.1.1	Unbestimmtes Integral	409
10.1.2	Bestimmtes Integral (RIEMANNsches Integral)	410
10.1.3	Mittelwertsätze	411
10.1.4	Uneigentliche Integrale	412
10.2	Grundintegrale, Stammintegrale	413
10.3	Integrationsregeln, Integrationsverfahren	414
10.3.1	Grundregeln	414
10.3.2	Integration durch Substitution	415
10.3.3	Partielle Integration (Produktintegration)	417
10.3.4	Integration nach Partialbruchzerlegung	418

10.3.5	Integration nach Reihenentwicklung	421
10.3.6	Graphische Integration	422
10.4	Numerische Integration	423
10.4.1	Interpolationsquadratur, Allgemeines	423
10.4.2	NEWTON-COTES-Formeln	425
10.4.2.1	Rechteckformel	426
10.4.2.2	Sehnentrapezformel	426
10.4.2.3	SIMPSONsche Formel, KEPLERSche Fassformel	427
10.4.2.4	NEWTONsche 3/8-Formel	428
10.4.2.5	Tangententrapezformel	428
10.4.3	GAUSSssches Quadraturverfahren	429
10.4.4	ROMBERG-Quadraturverfahren	430
10.5	Bereichsintegrale, Gebietsintegrale	432
10.5.1	Zweidimensionales Bereichsintegral, Doppelintegral	432
10.5.2	Raumintegral, Volumenintegral, Dreifachintegral	434
10.6	Anwendungen der Integralrechnung	436
10.6.1	Geometrische Anwendungen	436
10.6.1.1	Flächeninhalte (Quadratur)	436
10.6.1.2	Bogenlänge (Rektifikation)	438
10.6.1.3	Mantelflächen von Rotationskörpern (Komplanation)	438
10.6.1.4	Volumen von Rotationskörpern (Kubatur)	439
10.6.1.5	Volumen eines Körpers	439
10.6.2	Technisch-physikalische Anwendungen	440
10.6.2.1	Bewegungen, Kinematik	440
10.6.2.2	Zeitlich veränderliche Ströme und Spannungen	441
10.6.2.3	Arbeit	441
10.6.2.4	Momente 1. Grades	441
10.6.2.5	Schwerpunkte	443
10.6.2.6	Momente 2. Grades (Festigkeitslehre)	444
10.6.2.7	Massenmomente 2. Grades (Dynamik)	446
11	Vektoranalysis.	447
11.1	Vektorfunktion	447
11.2	Felder	448
11.3	Kurvenintegrale (Linienintegrale)	450
11.3.1	Kurvenintegral erster Art	450
11.3.2	Kurvenintegral zweiter Art	451
11.4	Flächenintegrale (Oberflächenintegrale)	454
11.4.1	Flächenintegral erster Art	454
11.4.2	Flächenintegral zweiter Art	455
11.5	Gradient eines skalaren Feldes	457
11.6	Divergenz eines Vektorfeldes.	459

11.7	Rotation eines Vektorfeldes	461
11.8	Integralsätze	463
11.8.1	GAUSSscher Integralsatz	463
11.8.2	STOKESScher Integralsatz	465
12	Differenzialgleichungen	467
12.1	Allgemeines	467
12.1.1	Differenzialgleichungen, Arten	467
12.1.2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	468
12.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung	472
12.2.1	Differenzialgleichung mit trennbaren Variablen	472
12.2.2	Gleichgradige Differenzialgleichung 1. Ordnung	473
12.2.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	475
12.2.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung	475
12.2.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung	475
12.2.4	Totale (exakte, vollständige) Differenzialgleichung	477
12.2.5	Integrierender Faktor (EULERScher Multiplikator)	478
12.2.6	BERNOULLISCHE Differenzialgleichung	479
12.2.7	RICCATISCHE Differenzialgleichung	479
12.2.8	CLAIRAUTSCHE Differenzialgleichung	480
12.3	Differenzialgleichungen 2. Ordnung	481
12.3.1	Sonderfälle, Reduzierung der Ordnung	481
12.3.2	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	482
12.3.3	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	483
12.3.4	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	484
12.3.5	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	488
12.3.6	BESSELSche Differenzialgleichung	490
12.3.7	Anwendungsfall Schwingungen	492
12.4	Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	494
12.5	Lineare Differenzialgleichungssysteme	498
12.6	Näherungslösungen für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	500
12.6.1	Unbestimmte Koeffizienten, Potenzreihenansatz	500
12.6.2	Sukzessive Approximation (PICARD-LINDELÖF)	501
12.7	Anfangswertprobleme	502
12.7.1	Allgemeines	502
12.7.2	Einschrittverfahren (explizite Verfahren)	504
12.7.2.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	504
12.7.2.2	Explizites EULER-CAUCHY-(HEUN-)Verfahren	505

12.7.2.3	Klassisches Verfahren von RUNGE-KUTTA	505
12.7.3	Mehrschrittverfahren	506
12.7.3.1	Explizitverfahren von ADAMS-BASHFORTH	506
12.7.3.2	Prädiktor-Korrektor-Verfahren (ADAMS-MOULTON)	507
12.7.4	Extrapolationsverfahren (BULIRSCH-STOER-GRAGG)	508
12.8	Randwertprobleme	509
12.8.1	Allgemeines	509
12.8.2	Schießverfahren	511
12.8.3	Direkte Differenzenapproximation	512
12.9	Partielle Differenzialgleichungen	514
12.9.1	Allgemeines	514
12.9.2	Partielle Differenzialgleichung 1. Ordnung	514
12.9.3	Partielle Differenzialgleichung 2. Ordnung	516
13	Reihen, Fourier- und Laplace-Transformation.	517
13.1	Unendliche Reihen	517
13.1.1	Allgemeines	517
13.1.2	Summen einiger konvergenter Zahlenreihen	519
13.1.3	Potenzreihen	520
13.1.3.1	Allgemeines	520
13.1.3.2	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	522
13.1.4	Numerische Berechnung von Reihen	525
13.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen	526
13.1.5.1	Binomische Reihe	526
13.1.5.2	Reihen für Exponentialfunktionen	527
13.1.5.3	Reihen für logarithmische Funktionen	527
13.1.5.4	Reihen für trigonometrische Funktionen	528
13.1.5.5	Reihen für zyklometrische Funktionen	528
13.1.5.6	Reihen für Hyperbelfunktionen	528
13.1.5.7	Reihen für Areafunktionen	529
13.1.6	Näherungsformeln	530
13.2	FOURIER-Reihen	531
13.2.1	FOURIER-Reihe einer nicht sinusförmigen Funktion	531
13.2.2	Numerische harmonische Analyse	536
13.2.3	Ausgewählte FOURIER-Reihen	537
13.3	FOURIER-Transformation	541
13.4	LAPLACE-Transformation	544
13.4.1	Allgemeines	544
13.4.2	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	546
13.4.3	Anwendungen der LAPLACE-Transformation	548
13.4.3.1	Lösung gewöhnlicher Differenzialgleichungen	548
13.4.3.2	Test linearer Übertragungsglieder	551

13.4.4	Korrespondenztabelle LAPLACE-Transformationen .	554
14	Stochastik	559
14.1	Fehlerrechnung	559
14.1.1	Definition der Fehlergrößen	559
14.1.2	Fehlerfortpflanzung	560
14.2	Lineare Korrelation, lineare Regression, Ausgleichsrechnung . .	563
14.2.1	Methode der kleinsten Quadrate	563
14.2.2	Lineare Korrelation	564
14.2.3	Ausgleich durch eine Parabel	567
14.2.4	Ausgleichung mit Nebenbedingungen	567
14.3	Beschreibende (deskriptive) Statistik	568
14.3.1	Allgemeines	568
14.3.2	Mittelwerte (Lagemaße)	571
14.3.3	Streuungsmaße	574
14.4	Wahrscheinlichkeitsrechnung	576
14.4.1	Allgemeines	576
14.4.1.1	Ereignisalgebra	576
14.4.1.2	Definitionen der Wahrscheinlichkeit	579
14.4.1.3	Regeln und Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung . .	580
14.4.1.4	Simulation von Zufallsversuchen	584
14.4.2	Zufallsvariable, Verteilungsfunktion	586
14.4.2.1	Zufallsvariable	586
14.4.2.2	Kennwerte von Verteilungsfunktionen	587
14.4.3	Diskrete Zufallsvariable und ihre Verteilung	590
14.4.3.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion, Verteilungsfunktion . .	590
14.4.3.2	Binomialverteilung $B(n, p)$	591
14.4.3.3	Hypergeometrische Verteilung $H(N, M, n)$	593
14.4.3.4	POISSON-Verteilung $\Pi(\lambda)$	594
14.4.4	Stetige Zufallsvariable und ihre Verteilung	595
14.4.4.1	Verteilungsfunktion, Dichtefunktion	595
14.4.4.2	Stetige Gleichverteilung (Rechteckverteilung) $R(a, b)$.	595
14.4.4.3	Normalverteilung (GAUSS-LAPLACE) $N(\mu, \sigma^2)$. . .	597
14.4.4.4	Standard-Normalverteilung $N(0, 1)$	598
14.4.4.5	Exponentialverteilung $E(\lambda)$	600
14.4.4.6	WEIBULL-Verteilung $W(\gamma, r)$	601
14.5	Mathematische (induktive) Statistik	601
14.5.1	Statistische Schätzmethoden	602
14.5.1.1	Punktschätzung	602
14.5.1.2	Intervallschätzung, Konfidenzschätzung	603
14.5.2	Statistische Prüf- und Testverfahren, Prüfverteilungen.	605
14.5.2.1	Allgemeines	605

14.5.2.2	Signifikanztest über die Wahrscheinlichkeit p einer alternativen Grundgesamtheit.	607
14.5.2.3	Signifikanztest für $E(X)$ bei bekanntem σ^2 , z -Test.	609
14.5.2.4	Signifikanztest für $E(X)$ bei unbekanntem σ^2 , t -Test.	610
14.5.2.5	χ^2 -Anpassungstest	611
14.5.2.6	Prüfverteilungen	613
15	Integraltabellen	615
15.1	Integrale rationaler Funktionen	616
15.1.1	Integrale mit $ax + b$	616
15.1.2	Integrale mit $ax + b, cx + d$	618
15.1.3	Integrale mit $ax^2 + bx + c$	619
15.1.4	Integrale mit $a^2 \pm x^2$	621
15.1.5	Integrale mit $a^3 \pm x^3$	622
15.1.6	Integrale mit $a^4 + x^4$	623
15.1.7	Integrale mit $a^4 - x^4$	624
15.2	Integrale irrationaler Funktionen	624
15.2.1	Integrale mit $\sqrt{x^n}$ und $(a^2 \pm b^2x)^m$	624
15.2.2	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$	625
15.2.3	Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}, \sqrt{(cx + d)^m}$	626
15.2.4	Integrale mit $\sqrt{(a^2 + x^2)^n}$	627
15.2.5	Integrale mit $\sqrt{(a^2 - x^2)^n}$	630
15.2.6	Integrale mit $\sqrt{(x^2 - a^2)^n}$	632
15.2.7	Integrale mit $\sqrt{(ax^2 + bx + c)^n}$	634
15.3	Integrale transzendenter Funktionen	636
15.3.1	Integrale mit e^{ax} (Exponentialfunktion).	636
15.3.2	Integrale der Hyperbelfunktionen.	637
15.3.3	Integrale mit $\ln x$ (logarithmische Funktion)	639
15.3.4	Integrale mit $\sin ax$	640
15.3.5	Integrale mit $\cos ax$	642
15.3.6	Integrale mit $\sin ax$ und $\cos ax$ bzw. $\cos bx$	645
15.3.7	Integrale mit $\tan ax$ bzw. $\cot ax$	649
15.3.8	Integrale der Arkusfunktionen	650
15.3.9	Integrale der Areafunktionen	651
15.4	Bestimmte und uneigentliche Integrale	652
	Anhang	657
	Sachwortverzeichnis	665