

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	1
1.1	Historischer Überblick	1
1.2	Generelle Vorgehensweise	4
1.3	Aussagesicherheit einer FE-Analyse	8
1.4	Qualitätsstandards	10
<b>2</b>	<b>Anwendungsfelder und Software</b>	11
2.1	Problemklassen	11
2.2	Kommerzielle Software	12
<b>3</b>	<b>Grundgleichungen der linearen Finite-Element-Methode</b>	16
3.1	Matrizenrechnung	16
3.2	Gleichungen der Elastostatik	19
3.3	Grundgleichungen der Elastodynamik	26
3.4	Finites Grundgleichungssystem	27
3.4.1	Variationsprinzip	27
3.4.2	Methode von Galerkin	31
<b>4</b>	<b>Die Matrix-Steifigkeitsmethode</b>	34
<b>5</b>	<b>Das Konzept der Finite-Element-Methode</b>	41
5.1	Allgemeine Vorgehensweise	41
5.2	FE-Programmsystem	44
5.3	Mathematische Formulierung	45
5.3.1	Ebenes Stab-Element	45
5.3.2	Ebenes Drehstab-Element	50
5.3.3	Ebenes Balken-Element	53
5.4	Prinzipieller Verfahrensablauf	62
5.4.1	Steifigkeitstransformation	62
5.4.2	Äquivalente Knotenkräfte	65
5.4.3	Zusammenbau und Randbedingungen	68
5.4.4	Sonderrandbedingungen	72
5.4.5	Lösung des Gleichungssystems	74
5.4.6	Berechnung der Spannungen	81
5.4.7	Systematische Problembehandlung	83
<b>6</b>	<b>Wahl der Ansatzfunktionen</b>	89
<b>7</b>	<b>Elementkatalog für elastostatische Probleme</b>	93
7.1	3-D-Balken-Element	93
7.2	Scheiben-Elemente	97
7.2.1	Belastungs- und Beanspruchungszustand	97
7.2.2	Dreieck-Element	98
7.2.3	Flächenkoordinaten	105
7.2.4	Erweiterungen des Dreieck-Elements	110
7.2.5	Rechteck-Element	111

---

7.2.6	Konvergenz Balken-Scheiben-Elemente .....	119
7.2.7	Timoshenko-Theorie .....	120
7.2.8	Viereck-Element .....	125
7.2.9	Isoparametrische Elemente .....	129
7.2.10	Numerische Integration .....	134
7.3	Platten-Elemente .....	139
7.3.1	Belastungs- und Beanspruchungszustand .....	139
7.3.2	Problematik der Platten-Elemente .....	143
7.3.3	Rechteck-Platten-Element .....	146
7.3.4	Dreieck-Platten-Element .....	152
7.3.5	Konvergenz .....	153
7.3.6	Schubverformung am Plattenstreifen .....	155
7.3.7	Beulproblematik .....	156
7.4	Schalen-Elemente .....	165
7.5	Volumen-Elemente .....	170
7.6	Kreisring-Element .....	175
<b>8</b>	<b>Kontaktprobleme .....</b>	<b>182</b>
8.1	Problembeschreibung .....	182
8.2	Einfache Lösungsmethode für Kontaktprobleme .....	184
8.3	Lösung zweidimensionaler Kontaktprobleme .....	188
8.3.1	Iterative Lösung nichtlinearer Probleme ohne Kontakt .....	188
8.3.2	Iterative Lösung mit Kontakt .....	189
<b>9</b>	<b>FEM-Ansatz für dynamische Probleme .....</b>	<b>202</b>
9.1	Virtuelle Arbeit in der Dynamik .....	202
9.2	Elementmassenmatrizen .....	204
9.2.1	3-D-Balken-Element .....	205
9.2.2	Endmassenwirkung .....	208
9.2.3	Dreieck-Scheiben-Element .....	209
9.3	Dämpfungsmaatrizen .....	212
9.4	Eigenschwingungen ungedämpfpter System .....	213
9.4.1	Gleichungssystem .....	213
9.4.2	Numerische Ermittlung der Eigenwerte .....	221
9.4.3	Statische Reduktion nach Guyan .....	222
9.5	Freie Schwingungen .....	226
9.6	Erzwungene Schwingungen .....	228
9.7	Beliebige Anregungsfunktion .....	237
9.8	Lösung der Bewegungsgleichung .....	238
<b>10</b>	<b>Grundgleichungen der nichtlinearen Finite-Element-Methode .....</b>	<b>247</b>
10.1	Lösungsprinzipien für nichtlineare Aufgaben .....	247
10.2	Nichtlineares Elastizitätsverhalten .....	250
10.3	Plastizität .....	253
10.4	Geometrische Nichtlinearität .....	257
10.5	Instabilitätsprobleme .....	259

---

<b>11</b>	<b>Wärmeübertragungsprobleme</b>	266
11.1	Physikalische Grundlagen	266
11.2	Diskretisierte Wärmeleitungsgleichung	271
11.3	Lösungsverfahren	273
11.4	Thermisch-stationäre strukturmechanische Berechnung	275
11.5	Thermisch-transiente strukturmechanische Berechnung	276
<b>12</b>	<b>Mehrkörpersysteme</b>	279
12.1	Merkmale eines MKS	279
12.2	Kinematik von MKS	281
12.2.1	Drehmatrix	283
12.2.2	Ebene Bewegung	285
12.3	Kinetik von MKS	287
12.3.1	Grundbeziehungen für den starren Körper	289
12.3.2	Newton-Euler-Methode	291
12.4	Lagrange'sche Methode	293
12.5	Mechanismenstrukturen	295
<b>13</b>	<b>Bauteiloptimierung</b>	297
13.1	Formulierung einer Optimierungsaufgabe	297
13.2	Parameteroptimierung	298
13.3	Bionische Strategie	300
13.4	Selektive Kräftepfadoptimierung	303
<b>14</b>	<b>Grundregeln der FEM-Anwendung</b>	306
14.1	Fehlerquellen	306
14.2	Elementierung und Vernetzung	307
14.3	Netzaufbau	311
14.4	Bandbreiten-Optimierung	314
14.5	Genauigkeit der Ergebnisse	318
14.6	Qualitätssicherung	320
14.7	Modelladäquatheit	322
	<i>Fallstudie 1: zu Kapitel 4 Matrix-Steifigkeitsmethode</i>	325
	<i>Fallstudie 2: zu Kapitel 5 Konzept der FEM / Allgemeine Vorgehensweise</i>	327
	<i>Fallstudie 3: zu Kapitel 5 Konzept der FEM / Schiefe Randbedingungen</i>	331
	<i>Fallstudie 4: zu Kapitel 5 Konzept der FEM / Durchdringung</i>	332
	<i>Fallstudie 5: zu Kapitel 7 Anwendung von Schalen-Elementen</i>	334
	<i>Fallstudie 6: zu Kapitel 7.5 Anwendung von Volumen-Elementen / Mapped meshing</i>	337
	<i>Fallstudie 7: zu Kapitel 7.5 Anwendung der Volumen-Elemente / Free meshing</i>	339
	<i>Fallstudie 8: zu Kapitel 9 Dynamische Probleme</i>	342
	<i>Fallstudie 9: zu Kapitel 9.6 Erzwungene Schwingungen</i>	345
	<i>Fallstudie 10: zu Kapitel 10 Materialnichtlinearität</i>	349
	<i>Fallstudie 11: zu Kapitel 10.4 Geometrische Nichtlinearität</i>	352
	<i>Fallstudie 12: zu Kapitel 11 Wärmeleitungsprobleme</i>	355
	<i>Übungsaufgabe 4.1</i>	359
	<i>Übungsaufgabe 5.1</i>	360
	<i>Übungsaufgabe 5.2</i>	361

Übungsaufgabe 5.3 .....	363
Übungsaufgabe 5.4 .....	365
Übungsaufgabe 5.5 .....	367
Übungsaufgabe 5.6 .....	370
Übungsaufgabe 5.7 .....	371
Übungsaufgabe 5.8 .....	372
Übungsaufgabe 5.9 .....	375
Übungsaufgabe 6.1 .....	376
Übungsaufgabe 7.1 .....	377
Übungsaufgabe 7.2 .....	378
Übungsaufgabe 9.1 .....	379
Übungsaufgabe 9.2 .....	380
Übungsaufgabe 9.3 .....	381
Übungsaufgabe 9.4 .....	382
Übungsaufgabe 10.1 .....	383
Übungsaufgabe 11.1 .....	384
Übungsaufgabe 11.2 .....	385
Mathematischer Anhang .....	386
QM-Checkliste einer FE-Berechnung .....	402
Literaturverzeichnis .....	404
Sachwortverzeichnis .....	409